

SECTION 2. Applied mathematics. Mathematical modeling.

Shevtsov Alexandr Nikolayevich

candidate of technical Sciences, President of International Academy
International Academy of Theoretical & Applied Sciences, (USA, Sweden, Kazakhstan)
Shev_AlexXXXX@mail.ru

SOME ALGORITHMS OF FRACTAL COMPRESSION

Abstract: *The active introduction of computer technologies, and in particular digital photo sets the task of compression of the data on a new level. Necessity of creation of effective algorithms of image compression finds a solution only on the basis of fractals and their use of the elements as a basis.*

Key words: *fractal, image, compression.*

О НЕКОТОРЫХ АЛГОРИТМАХ ФРАКТАЛЬНОГО СЖАТИЯ

Аннотация: *Активное внедрение компьютерных технологий, а в частности цифровых фотографий ставит задачу сжатия данных на новый уровень. Необходимость создания эффективных алгоритмов сжатия изображений находит решение только на базе фракталов, и использовании их элементов, как основы.*

Ключевые слова: *фрактал, изображение, сжатие.*

Алгоритмы сжатия данных всегда имели большое значение. Особенно, сжатие важно для изображений, фотографий и др. На данный момент самым эффективным алгоритмом является: Фрактальное сжатие изображений — алгоритм сжатия изображений с потерями [1], основанный на применении систем итерируемых функций (как правило являющимися аффинными преобразованиями) к изображениям [2]. Данный алгоритм известен тем, что в некоторых случаях позволяет получить очень высокие коэффициенты сжатия (лучшие примеры — не более 1000 раз при приемлемом визуальном качестве) для реальных фотографий природных объектов, что недоступно для других алгоритмов сжатия изображений в принципе [3].

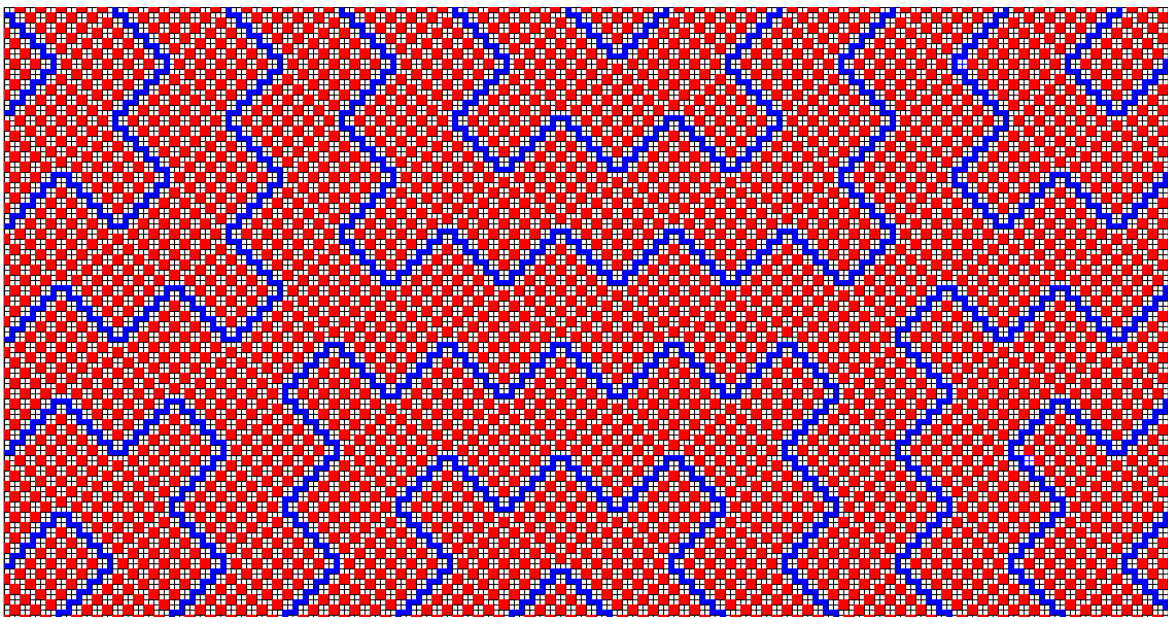


Рисунок 1 – Фрактальное изображение, размерностью 227*119 с шагом 1.

Рассматривая [4-5] и JavaScript реализацию алгоритма, сразу обращаешь внимание на достаточную простоту построения и многообразие полученных структур. Хотя автор и умалчивает некоторые подробности его реализации. К примеру то, что алгоритм на самом деле не фрактальный, а имеет свойство фрактала при $q * p$ проведенных итераций. При дальнейшей попытке продолжить его картинка начинает сливаться, нарушается видимая структура.

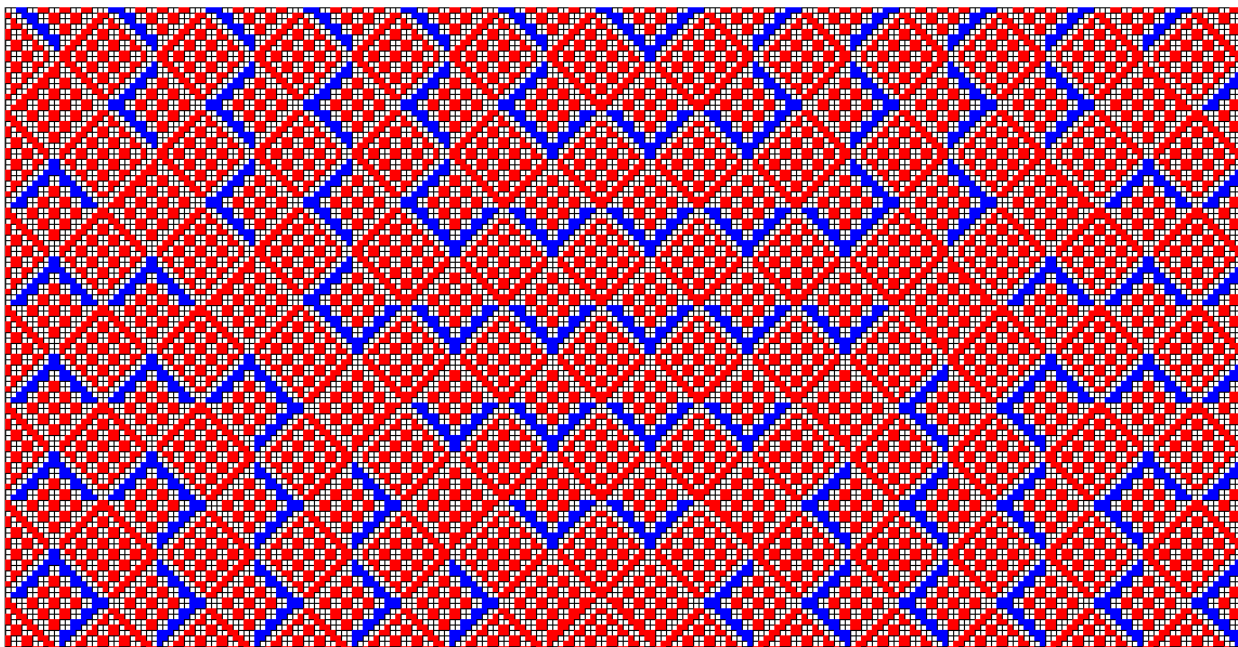


Рисунок 2 – Фрактальное изображение, размерностью 229*119 с шагом 1.

Сам же алгоритм довольно прост: закрашивается каждый второй пиксель вдоль луча отражающегося от границ изображения. В результате получают различные фрактальные структуры, зависящие только от выбранного размера, направления луча, неподвижного аттрактора, и шага (рис.1-8).

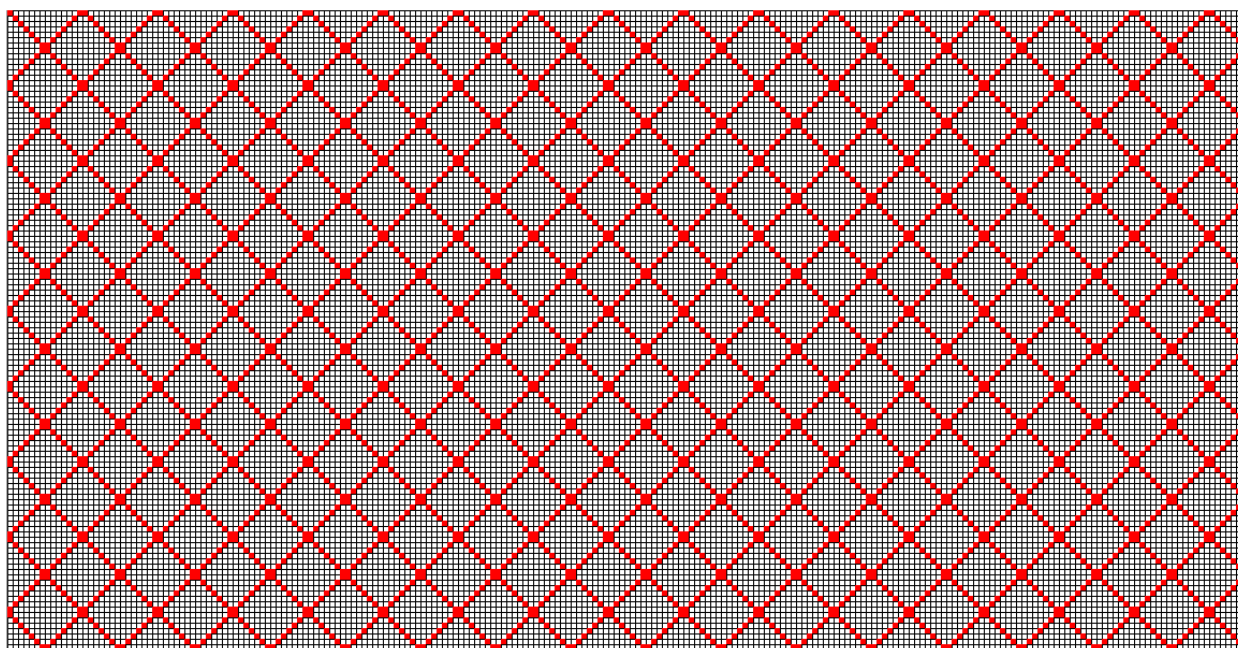


Рисунок 3 – Фрактальное изображение, размерностью 231*119 с шагом 1.

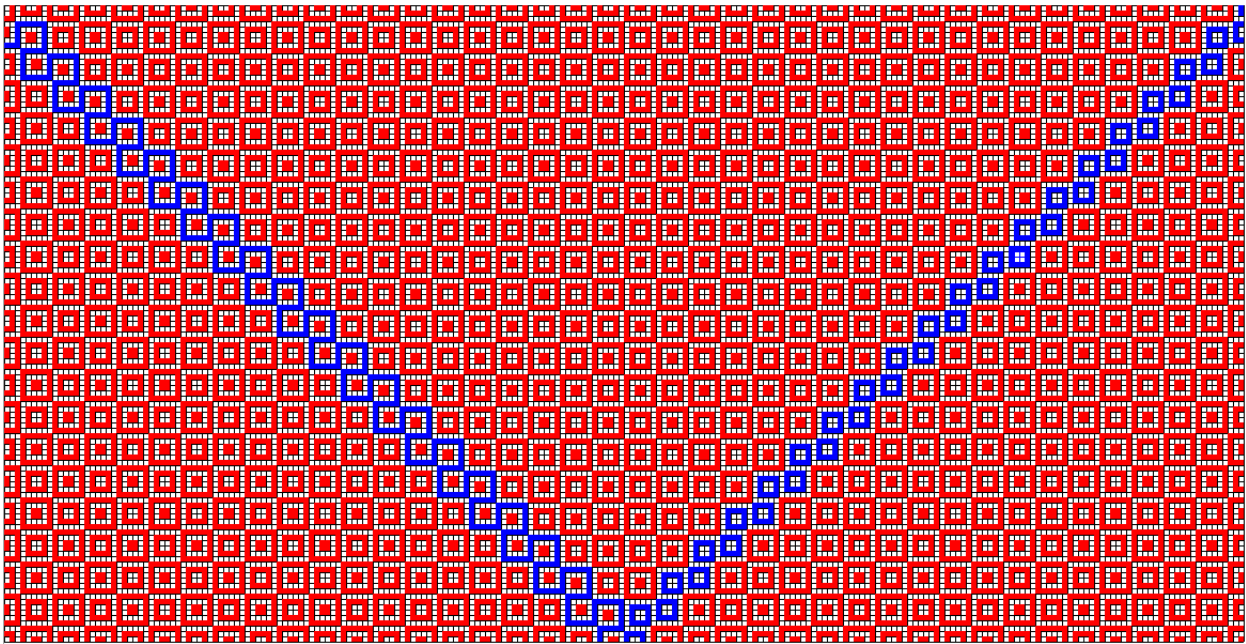


Рисунок 4 – Фрактальное изображение, размерностью $232*119$ с шагом 1

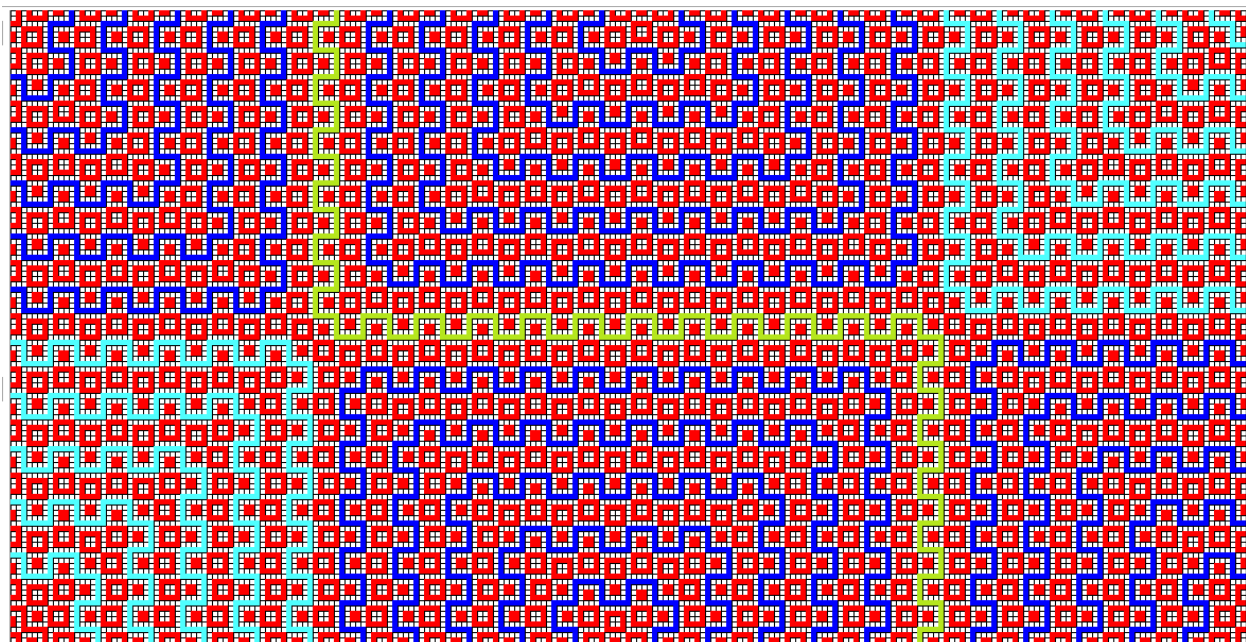


Рисунок 5 – Фрактальное изображение, размерностью $233*119$ с шагом 1

Существует теория полутоновых фракталов. Для восстановления изображения, закодированного этим методом, необходимо запустить итерационный процесс, используя в качестве стартового любое изображение (соответствующего размера). Аттрактор пространства изображений и будет восстановленным изображением, которое повторяет исходное с некоторой точностью. Задача построения оптимального кода изображения при использовании фрактального сжатия, требует значительных вычислительных затрат. Простейший путь ускорения вычислений заключается в использовании различных алгоритмов сужения поиска или вообще отказе от поиска [6]. При использовании последнего алгоритма изображение разбивается на

неперекрывающиеся квадратные блоки, каждый из которых разбит на четыре одинаковых квадратных подблока. Каждый блок является доменом для своих подблоков, а подблоки - ранговыми областями. Задача кодирования изображения в этом случае сводится к проверке подобия ранговой области домену, содержащему эту область. В случае отсутствия подобия соответствующий подблок снова разбивается на четыре квадратных “подподблока” и сам становится доменом для своих подблоков.

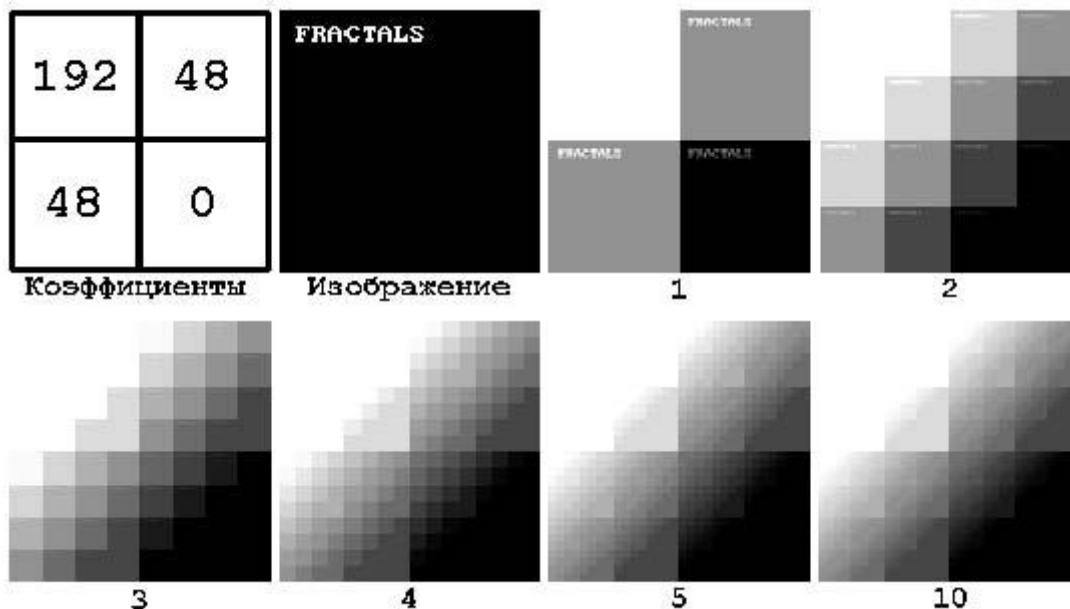


Рисунок 6 - Итерации восстановления изображения из кода [10]

Процесс разбиений продолжается до тех пор, пока очередной подблок не будет состоять из одного пиксела. Детальное описание фрактальных методов сжатия можно найти в [7,8,9].

Разработаем алгоритм сжатия основанный на [4]. Рассмотрим блок размерностью в 8x8 пикселей, причем изменению будут подвергаться сразу все пиксели на одинаковую величину. И попытаемся ограничить все возможные проходы для различных аттракторов. Логично предположить, что их количество 64, но в реальности часть из них будет совпадать и отсеется. Возьмем только половину прохода длиной в 8 пикселей.

```

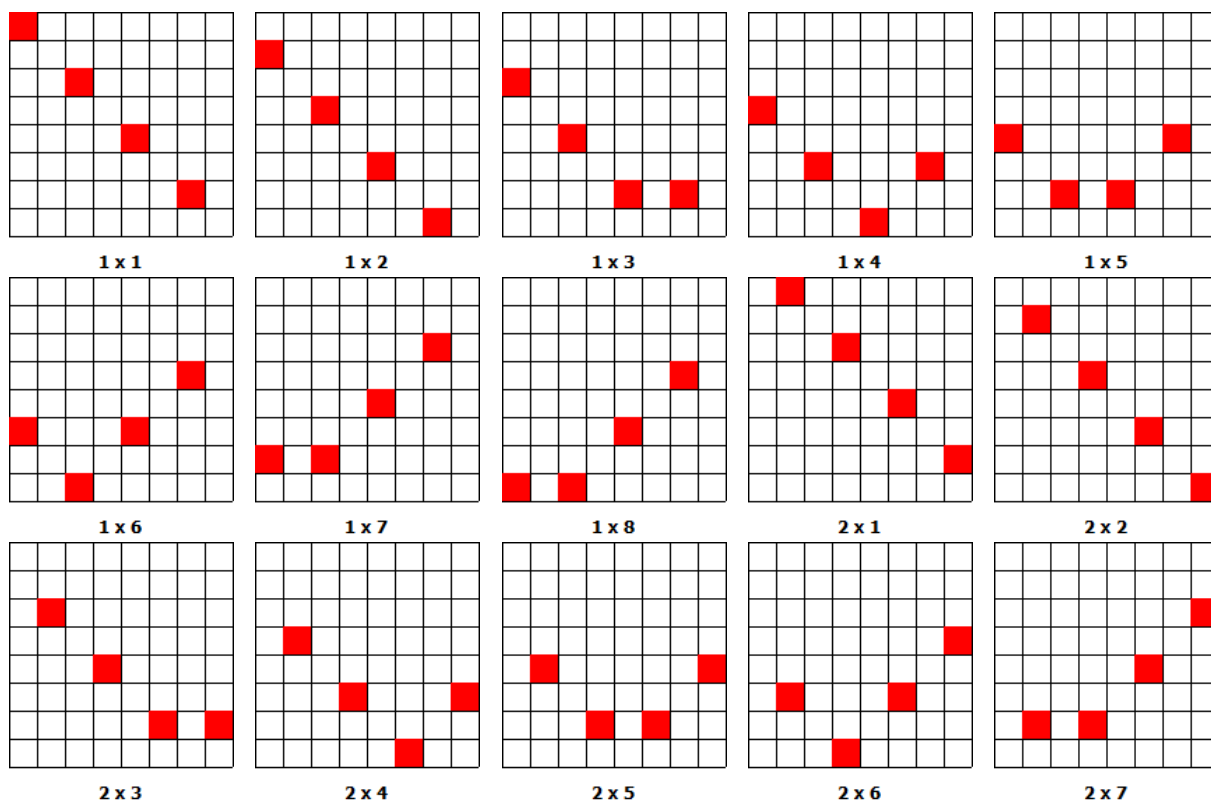
procedure TForm1.Timer1Timer(Sender: TObject);
begin
  pX:=pX+vx;
  py:=py+vy;
  if (px>nx-1) then vx:=-abs(vx);
  if (px<1) then vx:=abs(vx);
  if (py>ny-1) then vy:=-abs(vy);
  if (py<1) then vy:=abs(vy);
  inc(b0);
  if b0>nx then bitbtn1.Click;
  if (b0 mod 2=0)
  then
  begin
    p2X:=h*pX;
    p2y:=h*py;
  
```

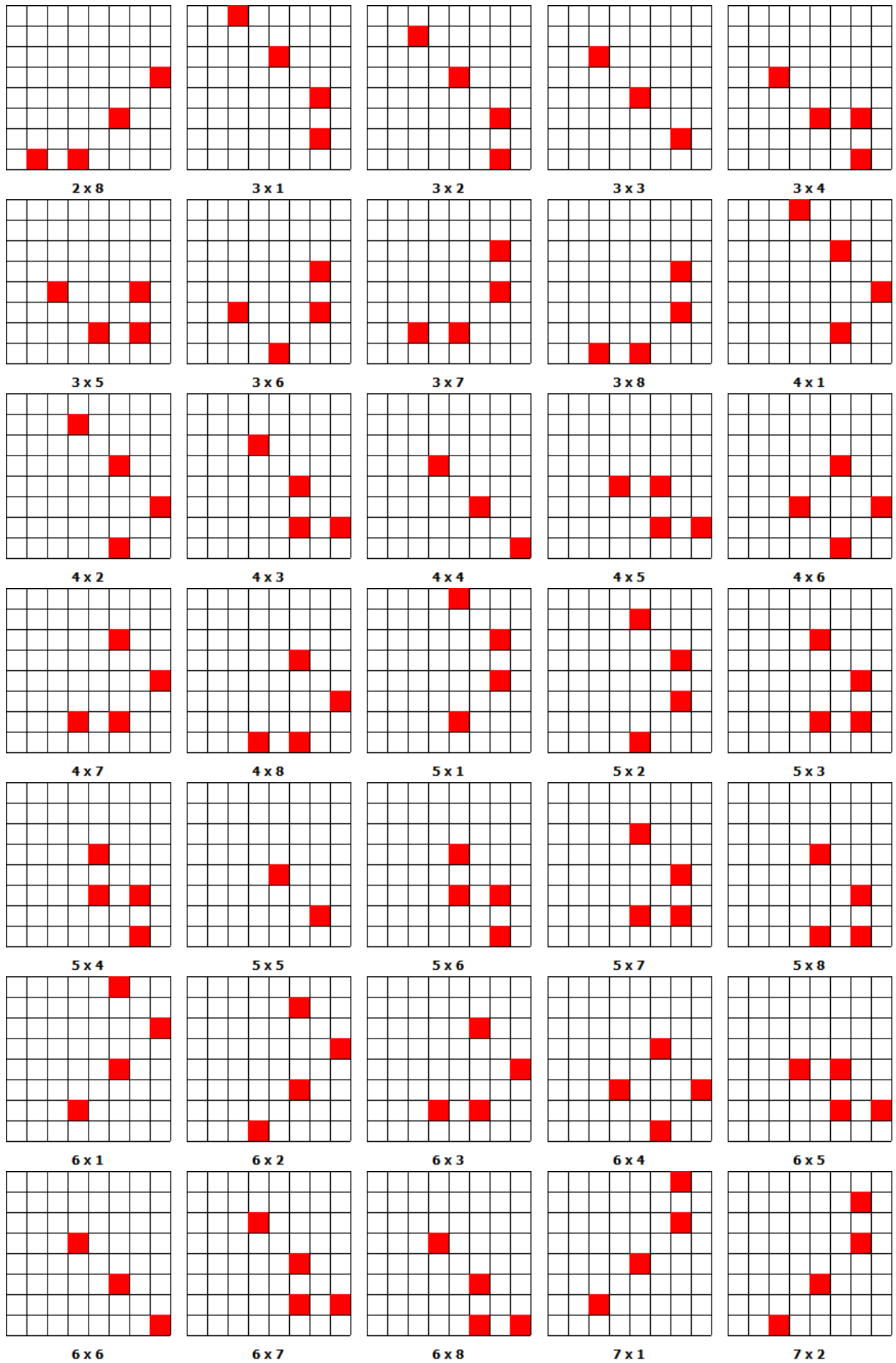
```
Zal(p2x,p2y);
image1.Picture.Bitmap:=bmp;  application.ProcessMessages;
end;
end;
```

Тогда получим следующий алгоритм:

```
procedure TForm1.Button3Click(Sender: TObject);
var ik,jk:integer;
bmp2.Width := nx*h+1;  bmp2.Height:= ny*h+30;
bmp2.Canvas.Font.Style:=[fsbold];
bmp2.Canvas.Font.Size:=10;
for Ik := 0 to 7 do
for jk := 0 to 7 do
begin
button1.Click;
pX:=ik;  pY:=jk;
vX:=1;  vY:=1;
timer1.Enabled:=true;
while timer1.Enabled do application.ProcessMessages;
b0:=0;
bmp2.Canvas.CopyRect(rect(0,0,nx*h+1,ny*h+1),bmp.Canvas,rect(0,0,nx*h+1,ny*h+1));
bmp2.Canvas.TextOut(trunc(nx*h*0.4),ny*h+10,inttostr(ik+1)+' x '+inttostr(jk+1));
bmp2.SaveToFile(inttostr(ik+1)+' x '+inttostr(jk+1)+'.bmp');
end;
end;
```

И следующую прорисовку пикселей (рис.7).





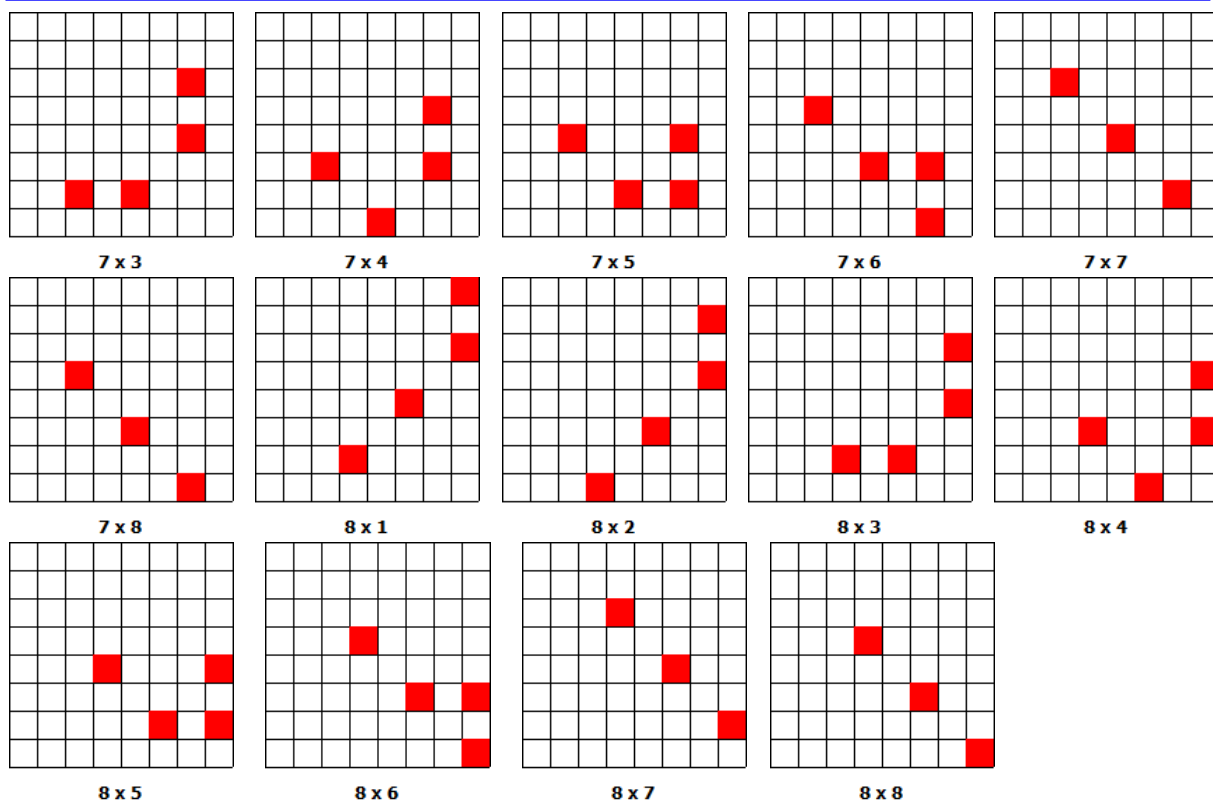


Рисунок 7 – Смещение аттрактора без изменения вектора скорости.

Причем все пиксели задействованы (рис.8).

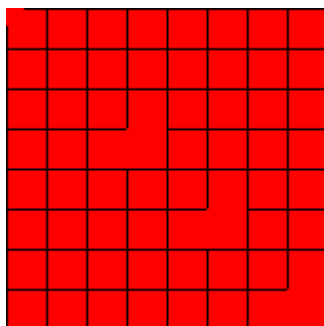


Рисунок 8 – Проверка пустых пикселей.

Определим степень наполнения пикселей при прохождении всех 64 «циклов» (рис.9).



Рисунок 9 – Частота появления пикселей (длина 8).

В случае увеличения длины прохода в два раза частота увеличивается следующим образом (рис.10). Изменение вектора приводит к повороту коэффициентов.

5	9	7	6	5	4	3	1
9	19	14	11	9	5	4	1
7	14	13	12	9	6	7	4
6	11	12	13	9	7	9	5
5	9	9	9	11	12	11	6
4	5	6	7	12	17	14	7
3	4	7	9	11	14	15	9
1	1	4	5	6	7	9	7

8 x 8

Рисунок 10 – Частота появления пикселей, длина 16, вектор (1,1).

7	9	7	6	5	4	1	1
9	15	14	11	9	7	4	3
7	14	17	12	7	6	5	4
6	11	12	11	9	9	9	5
5	9	7	9	13	12	11	6
4	7	6	9	12	13	14	7
1	4	5	9	11	14	19	9
1	3	4	5	6	7	9	5

1	3	4	5	6	7	9	5
1	4	5	9	11	14	19	9
4	7	6	9	12	13	14	7
5	9	7	9	13	12	11	6
6	11	12	11	9	9	9	5
7	14	17	12	7	6	5	4
9	15	14	11	9	7	4	3
7	9	7	6	5	4	1	1

1	1	4	5	6	7	9	7
3	4	7	9	11	14	15	9
4	5	6	7	12	17	14	7
5	9	9	9	11	12	11	6
6	11	12	13	9	7	9	5
7	14	13	12	9	6	7	4
9	19	14	11	9	5	4	1
5	9	7	6	5	4	3	1

8 x 8

8 x 8

8 x 8

Рисунок 10 – Частота появления пикселей, длина 16, вектора (-1,-1), (-1,1), (1,-1).

6	11	8	7	6	5	4	1
11	23	16	13	11	7	6	1
8	16	16	16	12	9	12	7
7	13	16	19	13	11	16	9
6	11	12	13	18	21	20	11
5	7	9	11	21	29	25	13
4	6	12	16	20	25	28	17
1	1	7	9	11	13	17	13

11	22	16	13	11	8	6	1
22	50	35	26	22	11	9	1
16	35	32	29	22	14	18	10
13	26	29	32	22	17	24	13
11	22	22	22	29	32	30	16
8	11	14	17	32	45	38	19
6	9	18	24	30	38	42	25
1	1	10	13	16	19	25	19

22	43	32	27	22	17	12	1
43	95	68	53	43	23	18	1
32	68	64	60	44	29	36	19
27	53	60	67	45	35	48	25
22	43	44	45	58	65	60	31
17	23	29	35	66	93	77	37
12	18	36	48	60	76	84	49
1	1	19	25	31	37	49	37

8 x 8

8 x 8

8 x 8

Рисунок 11 – Увеличение длины, соответственно в 3, 5, 10 раз

Переходя к графике, для начала, к градациям серого, получим (рис.12). Обратная задача решается перебором при различных аттракторах и указанием минимальной длины (частоты повторения «цикла» именно с этим аттрактором). Некоторые моменты распознавания изображений и построения программы отмечены в [11-12].

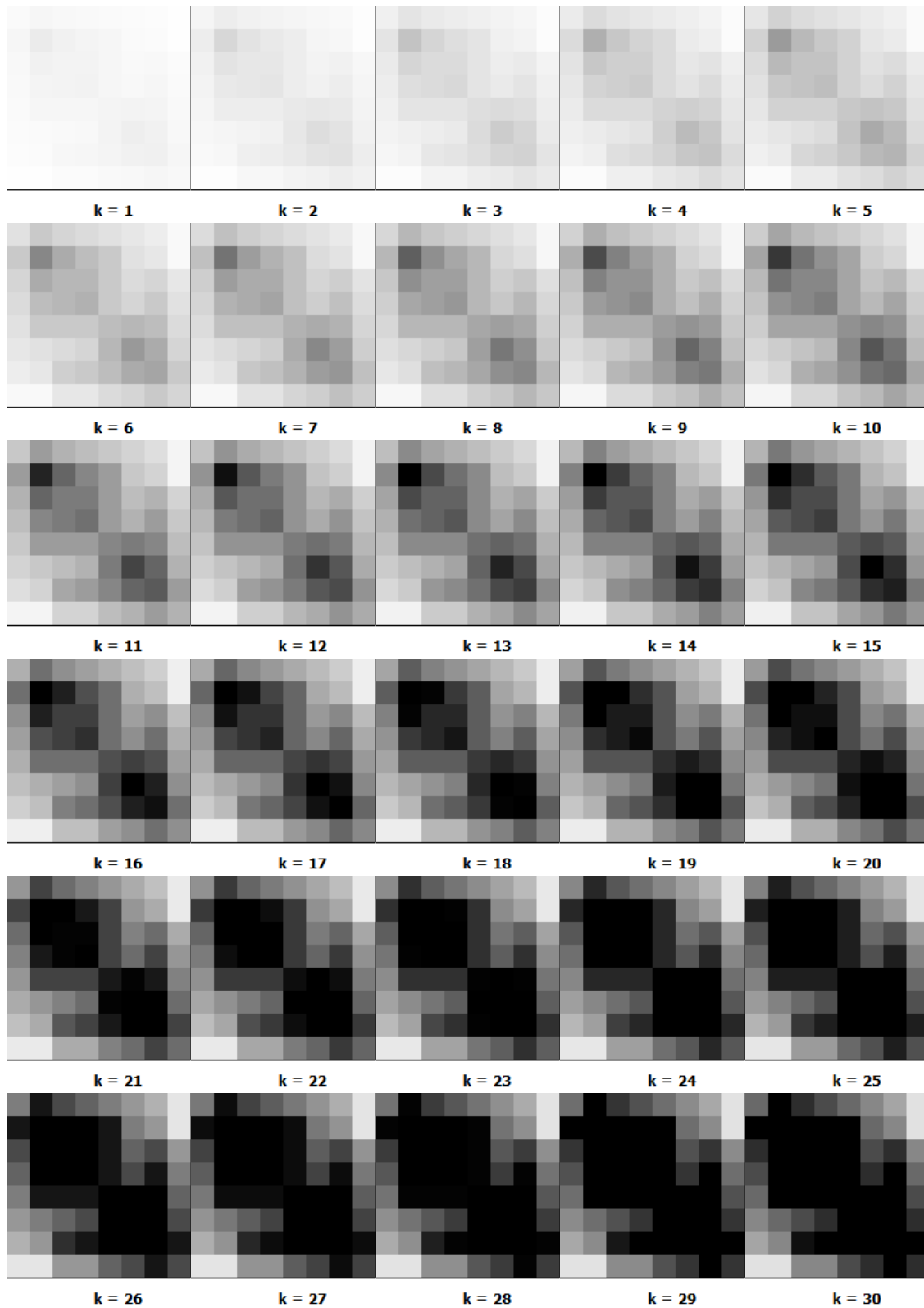


Рисунок 12 – Увеличение длины, соответственно с 1 до 30 раз

В результате заархивированное изображение сведется к последовательности аттракторов и их повторов (например):

21	14
35	12
13	18
.....	

Полученные методы могут использоваться для архивации изображений. Минимальное сжатие в 8 раз, максимальное зависит от изображения и выбора аттракторов.

Литература

1. Алгоритм сжатия изображений с потерями. [Электронный ресурс] http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B6%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%B5_%D0%B8%D0%B7%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B9 (Дата доступа 27.02.2014).
2. Аффинными преобразованиями. [Электронный ресурс] http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%84%D1%84%D0%B8%D0%BD%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D0%BF%D1%80%D0%B5%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B7%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B5 (Дата доступа 27.02.2014).
3. Алгоритм фрактального сжатия. [Электронный ресурс] http://ru.wikipedia.org/wiki/%C0%EB%E3%EE%F0%E8%F2%EC_%F4%F0%E0%EA%F2%E0%EB%FC%ED%EE%E3%EE_%F1%E6%E0%F2%E8%FF (Дата доступа 27.02.2014).
4. Фракталы в простых числах. [Электронный ресурс] <http://habrahabr.ru/post/194406/> (Дата доступа 07.02.2014).
5. New kind of fractals — Fractals in relatively prime integers (coprime integers). [Электронный ресурс] <http://xcont.com/about.html> (Дата доступа 07.02.2014).
6. Dudbridge F. Fast image coding by a hierarchical fractal construction. preprint, 1994.
7. Fisher Y. Fractal image compression // SIGGRAPH'92 Course Notes. 1992. Vol.12. P.7.1-7.19.
8. Peitgen H.O., Jurgens H., Saupe D. Chaos and Fractals. Berlin: Springer-Verlag, 1992.
9. The Science of Fractal Images / Ed. H.O. Peitgen, D. Saupe. Berlin: Springer-Verlag, 1988.
10. Шабаршин А.А. Фрактальное сжатие и восстановление видеоинформации в реальном масштабе времени. [Электронный ресурс] <http://www.infocity.kiev.ua/prog/other/content/progother023.phtml> (Дата доступа 17.02.2014).
11. Shevtsov A.N., Asanbayeva M.M. ABOUT ONE ALGORITHM OF RECOGNITION SHARPLY DISTINGUISHED OBJECTS. **ISJ Theoretical & Applied Science. №5(1), 2013.** -p.41-47 (Development of Applied Mathematics, ISPC, 30.05.2013, Taraz, Kazakhstan).
12. Shevtsov A.N., Asanbayeva M.M. ALGORITHM OF ALLOCATION OF BORDERS OF OBJECT. **ISJ Theoretical & Applied Science. №5(1), 2013.** -p.52-58 (Development of Applied Mathematics, ISPC, 30.05.2013, Taraz, Kazakhstan).

Программа на Delphi для построения фрактальных изображений

```
unit Unit1;
interface
uses
  Winapi.Windows, Winapi.Messages, System.SysUtils, System.Variants,
  System.Classes, Vcl.Graphics, Vcl.Controls, Vcl.Forms, Vcl.Dialogs, Vcl.StdCtrls,
  Vcl.Buttons, Vcl.ExtCtrls,
  Vcl.ComCtrls;
type
  TForm1 = class(TForm)
    PageControl1: TPageControl;
    TabSheet1: TTabSheet;
    Image1: TImage;
    Timer1: TTimer;
    Panel1: TPanel;
    BitBtn1: TBitBtn;
    CheckBox1: TCheckBox;
    Button1: TButton;
    Button2: TButton;
    procedure FormCreate(Sender: TObject);
    procedure BitBtn1Click(Sender: TObject);
  procedure Zal(x,y:integer);
    procedure Timer1Timer(Sender: TObject);
    procedure FormDestroy(Sender: TObject);
    procedure Button1Click(Sender: TObject);
    procedure Button2Click(Sender: TObject);
  private
    { Private declarations }
  public
    { Public declarations }
  end;
var
  Form1: TForm1;
  nx,ny,p2x,p2y,
  px,py, x0,y0, b0,
  vx,vy,i,j,h:integer;
  bmp,bmp2:tbitmap;
implementation

{$R *.dfm}

procedure TForm1.Zal(x,y:integer);
begin
  bmp.Canvas.Brush.Color:=clred;
  bmp.Canvas.Pen.Color:=clred;
  bmp.Canvas.Pen.Width:=2;
  bmp.Canvas.MoveTo(x,y);
  if not(checkbox1.Checked) then
```

```
    bmp.Canvas.LineTo(x+h*vx,y+h*vy)
  else
    bmp.Canvas.FillRect(rect(x,y,x+h*vx,y+h*vy));
  end;

  procedure TForm1.BitBtn1Click(Sender: TObject);
  begin
    timer1.Enabled:=not(timer1.Enabled);
  end;

  procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
  begin
    timer1.Enabled:=false;
    bmp.Canvas.Brush.Color:=clwhite;
    bmp.Canvas.FillRect(rect(0,0,2000,2000));
    bmp.Canvas.Pen.Color:=clblack;
    bmp.Canvas.Pen.Width:=1;

    for I := 0 to nx do
    begin
      bmp.Canvas.MoveTo(i*h,0);
      bmp.Canvas.LineTo(i*h,(ny)*h);
    end;

    for j := 0 to ny do
    begin
      bmp.Canvas.MoveTo(0,j*h);
      bmp.Canvas.LineTo((nx)*h,j*h);
    end;
    bmp.Canvas.Brush.Color:=clred;
    bmp.Canvas.Pen.Color:=clred;
    bmp.Canvas.Pen.Width:=2;
    b0:=1;
    pX:=0;
    pY:=0;
    image1.Picture.Bitmap:=bmp;
    application.ProcessMessages;
  end;

  procedure TForm1.Button2Click(Sender: TObject);
  var ik,jk:integer;
  begin
    for Ik := 2 to 30 do
    for jk := 2 to 30 do
    begin
      nX:=ik;
      nY:=jk;
      vX:=1;
      vY:=1;
      button1.Click;
      timer1.Enabled:=true;
```

```

while timer1.Enabled do application.ProcessMessages;
  bmp2.Width := nx*h;  bmp2.Height:= ny*h;
  bmp2.Canvas.CopyRect(rect(0,0,nx*h,ny*h),bmp.Canvas,rect(0,0,nx*h,ny*h));
  bmp2.SaveToFile(inttostr(ik)+' x '+inttostr(jk)+''.bmp');
end;
end;

```

```

procedure TForm1.FormCreate(Sender: TObject);
begin
  h:=5;

```

```

  nX:=234;

```

```

  nY:=119;

```

```

  pX:=0;

```

```

  pY:=0;

```

```

  vX:=1;

```

```

  vY:=1;

```

```

  bmp:= Tbitmap.Create;
    bmp.Width := 2000;
    bmp.Height:= 2000;
  bmp.Canvas.Brush.Color:=clred;

```

```

  bmp2:= Tbitmap.Create;
    bmp2.Width := 20;
    bmp2.Height:= 20;
  for I := 0 to nx do
  begin
    bmp.Canvas.MoveTo(i*h,0);
    bmp.Canvas.LineTo(i*h,(ny)*h);
  end;

```

```

  for j := 0 to ny do
  begin
    bmp.Canvas.MoveTo(0,j*h);
    bmp.Canvas.LineTo((nx)*h,j*h);
  end;

```

```

end;

```

```

procedure TForm1.FormDestroy(Sender: TObject);
begin
  bmp.free;
  bmp2.free;
end;

```

```

procedure TForm1.Timer1Timer(Sender: TObject);
begin
  pX:=pX+vX;

```

Размерность

Аттрактор

**Вектор направления
движения**

```

py:=py+vy;
if (px>nx-1) then vx:=-abs(vx);
if (px<1) then vx:=abs(vx);
if (py>ny-1) then vy:=-abs(vy);
if (py<1) then vy:=abs(vy);

    inc(b0);

    if b0>nx*ny-1 then bitbtn1.Click;
if (b0 mod 2=0)
then
begin
p2X:=h*pX;
p2y:=h*py;
Zal(p2x,p2y);
image1.Picture.Bitmap:=bmp;
application.ProcessMessages;
end; end;

end.

```



Приложение 2

Построение фрактальных изображений в градациях серого

```

unit Unit1;
interface
uses
  Winapi.Windows, Winapi.Messages, System.SysUtils, System.Variants,
  System.Classes, Vcl.Graphics, Vcl.Controls, Vcl.Forms, Vcl.Dialogs, Vcl.StdCtrls,
  Vcl.Buttons, Vcl.ExtCtrls, Vcl.ComCtrls;
type
  TForm1 = class(TForm)
    PageControl1: TPageControl;
    TabSheet1: TTabSheet;
    Image1: TImage;
    Timer1: TTimer;
    Panel1: TPanel;
    BitBtn1: TBitBtn;
    CheckBox1: TCheckBox;
    Button1: TButton;
    Button2: TButton;
    Button3: TButton;
    CheckBox2: TCheckBox;
  procedure FormCreate(Sender: TObject);
  procedure BitBtn1Click(Sender: TObject);
  procedure Zal(x,y:integer);
  procedure Timer1Timer(Sender: TObject);
  procedure FormDestroy(Sender: TObject);
  procedure Button1Click(Sender: TObject);

```

```

    procedure Button2Click(Sender: TObject);
    procedure Button3Click(Sender: TObject);
private
    { Private declarations }
public
    { Public declarations }
end;
type aa=array[0..100,0..100] of integer;
var
    Form1: TForm1;
    a:aa;
    nx,ny,p2x,p2y,
    px,py, x0,y0,  b0,
    vx,vy,i,j,h,k:integer;
    bmp,bmp2:tbitmap;
    b:boolean;
implementation

    {$R *.dfm}
    procedure TForm1.Zal(x,y:integer);
    begin
    bmp.Canvas.Brush.Color:=clred;
    bmp.Canvas.Pen.Color:=clred;
    if not(checkbox1.Checked) then
    bmp.Canvas.LineTo(x+h*vx,y+h*vy)
    else
    bmp.Canvas.FillRect(rect(x,y,x+h,y+h));
    end;

    procedure TForm1.BitBtn1Click(Sender: TObject);
    begin
    timer1.Enabled:=not(timer1.Enabled);
    end;

    procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
    begin
    timer1.Enabled:=false;
    bmp.Canvas.Brush.Color:=clwhite;
    if checkbox2.Checked then
    bmp.Canvas.FillRect(rect(0,0,2000,2000));
    bmp.Canvas.Pen.Color:=clblack;
    bmp.Canvas.Pen.Width:=1;
    for I := 0 to nx do
    begin
    bmp.Canvas.MoveTo(i*h,0);
    bmp.Canvas.LineTo(i*h,(ny)*h);
    end;
    for j := 0 to ny do
    begin
    bmp.Canvas.MoveTo(0,j*h);
    bmp.Canvas.LineTo((nx)*h,j*h);

```



```

end;
bmp.Canvas.Brush.Color:=clred;
bmp.Canvas.Pen.Color:=clred;
bmp.Canvas.Pen.Width:=2;
  b0:=1;
pX:=0;
pY:=0;
image1.Picture.Bitmap:=bmp;
application.ProcessMessages;
end;

procedure TForm1.Button2Click(Sender: TObject);
var ik,jk:integer;
begin
for Ik := 2 to 30 do  for jk := 2 to 30 do
begin
nX:=ik; nY:=jk;
vX:=1; vY:=1;
button1.Click;
timer1.Enabled:=true;
while timer1.Enabled do application.ProcessMessages;
  bmp2.Width := nx*h;  bmp2.Height:= ny*h;
bmp2.Canvas.CopyRect(rect(0,0,nx*h,ny*h),bmp.Canvas,rect(0,0,nx*h,ny*h));
bmp2.SaveToFile(inttostr(ik)+' x '+inttostr(jk)+'.bmp');
end; end;

procedure TForm1.Button3Click(Sender: TObject);
var cc, ik,jk:integer;
begin
bmp2.Width := nx*h+1;  bmp2.Height:= ny*h+30;
bmp2.Canvas.Font.Style:=[fsbold];
bmp2.Canvas.Font.Size:=10;

for Ik := 0 to 7 do  for jk := 0 to 7 do
begin
button1.Click;
pX:=ik; pY:=jk;
vX:=1; vY:=1;
timer1.Enabled:=true;
while timer1.Enabled do application.ProcessMessages;
b0:=0;
bmp2.Canvas.CopyRect(rect(0,0,nx*h+1,ny*h+1),bmp.Canvas,rect(0,0,nx*h+1,ny*h+1))
;
bmp2.Canvas.TextOut(trunc(nx*h*0.4),ny*h+10,inttostr(ik+1)+' x '+inttostr(jk+1));
bmp2.SaveToFile(inttostr(ik+1)+' x '+inttostr(jk+1)+'.bmp');
end;
for k:=1 to 30 do begin
for Ik := 0 to 7 do  for jk := 0 to 7 do
begin
cc:=255-a[ik,jk]*k ;
if cc<0 then cc:=0;

```

```

bmp2.Canvas.Brush.Color:=rgb(cc,cc,cc);
bmp2.Canvas.FillRect(rect(ik*h,jk*h,(ik+1)*h,(jk+1)*h));
bmp2.Canvas.Brush.Color:=clwhite;
bmp2.Canvas.TextOut(trunc(nx*h*0.4),ny*h+10,' k = '+inttostr(k)+' ');
end;
bmp2.SaveToFile(inttostr(k)+'_.bmp');
end;
end;

procedure TForm1.FormCreate(Sender: TObject);
begin
h:=20;
nX:=8; nY:=8; pX:=3; pY:=2; vX:=1; vY:=1;
bmp:= Tbitmap.Create;
    bmp.Width := 2000;    bmp.Height:= 2000;
bmp.Canvas.Brush.Color:=clred;
bmp2:= Tbitmap.Create;
    bmp2.Width := 20;    bmp2.Height:= 20;
for I := 0 to nx do
begin
bmp.Canvas.MoveTo(i*h,0);
bmp.Canvas.LineTo(i*h,(ny)*h);
end;
for j := 0 to ny do
begin
bmp.Canvas.MoveTo(0,j*h);
bmp.Canvas.LineTo((nx)*h,j*h);
end;end;

procedure TForm1.FormDestroy(Sender: TObject); begin bmp.free; bmp2.free; end;
procedure TForm1.Timer1Timer(Sender: TObject);
begin
    inc(b0);
if b0>nx*2 then bitbtn1.Click;
if (b0 mod 2=0) then
begin
p2X:=h*pX;
p2y:=h*py;
Zal(p2x,p2y);
inc(a[px,py]);
image1.Picture.Bitmap:=bmp; application.ProcessMessages;
end;
pX:=pX+vX; py:=py+vy;
if (px>=nx-1) then vx:=-abs(vx);
if (px<=0) then vx:=abs(vx);
if (py>=ny-1) then vy:=-abs(vy);
if (py<=0) then vy:=abs(vy);
end;
end.

```