SECTION 31. Economic research, finance, innovation, risk management.

Anatoly Aleksandrovich Naumov

Docent, Candidate of Technical Sciences,
corresponding member of International Academy of Theoretical & Applied Sciences
Center of Applied Mathematical Research, Novosibirsk, Russia,
E-mail: a_a_naumov@mail.ru

Sapargali Utepovich Zhanatauov

Candidate of Physic and mathematical Sciences, senior research associate,
Docent of Department Engineering and Informatics,
Central Asian Technological University, Almaty, Kazakhstan
E-mail: sapagtu@mail.ru

FUZZY SETS IN INVESTMENT PROJECTS RISK ESTIMATION

Abstract: *The paper discusses the approaches to the problems of investment projects risk analysis using the uncertainty in the knowledge of the membership function of the fuzzy sets.*

Keywords: *Risks, investment project, fuzzy sets, membership function.*

УДК 330.322.5

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАЗМЫТЫХ МНОЖЕСТВ ПРИ ОЦЕНИВАНИИ
РИСКОВ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ**

Аннотация: *В работе рассмотрены подходы к решению задач анализа рисков инвестиционных проектов при использовании неопределенности в знании функции принадлежности размытых множеств.*

Ключевые слова: *Риски, инвестиционный проект, размытые множества, функция принадлежности.*

Обычно при оценивании рисков инвестиционных проектов (ИП) используются методы имитационного моделирования с учетом функции неопределенности значений параметров проекта. В качестве таких параметров обычно выступают элементы входного и выходного потоков проекта, ставки заемного процента, уровень инфляции и пр. А в качестве характеристики неопределенности используются функции распределения (или функции плотности) вероятностей для этих параметров. Если функции распределения заданы неточно (т.е. присутствует неопределенность в их задании), то обычно применяют аналогичные функции, построенные на размытых множествах [1-9]. В данной работе предполагается, что и размытая функция плотности вероятностей параметров проекта известна неточно.

Риски инвестиционных проектов (ИП), представимых бизнес-процессами (в виде потоковых моделей) $\widehat{BP}_s(t)$ [10], обусловлены неопределенностями в знании значений характеристик бизнес-процессов ВР и их параметров π . Условимся бизнес-процессы с неопределенностями обозначать через $\widetilde{BP} = \{\widetilde{BP}_i(t)\}, i=1,2,\dots,N$, и, соответственно, их параметры – через $\widetilde{\pi} = \{\widetilde{\pi}_i\}, i=1,2,\dots,N$. Очевидно, такая неопределенность в знании характеристик ИП (и соответствующих им бизнес-

процессов) приводит к тому, что вместо вектора показателей эффективности (номинального, планового) $\bar{Q}$ (или $\{\bar{Q}_{(i)}\}, i=1,2,\dots,N$) реально будем иметь дело с вектором $\tilde{Q}$ (или с векторами $\{\tilde{Q}_{(i)}\}, i=1,2,\dots,N$). Величина отклонения вектора $\bar{Q}$ от вектора $\tilde{Q}$ и будет характеризовать риск ИП. Процедура оценивания рисков (в динамике – оценивание вектора рисков $\bar{R}(t)$) может быть условно представлена отображением: $\langle \widetilde{BP}, \tilde{\pi} \rangle \xrightarrow{\varphi_R} \bar{R}(t)$, где φ_R – оператор оценивания рисков. Оператор φ_R оценивает отклонения между векторами $\bar{Q}(t)$ и $\tilde{Q}(t)$.

Индивидуальными рисками можно воспользоваться, если объединить их в пары с самими показателями, например, такого вида: $\langle Q_{i,nom}, R_{j,i} \rangle, i \in \{1,2,\dots,M\}$, где j – номер (индекс) вида риска, M – число показателей эффективности, или $\langle Q_{i,nom}; \{R_{j,i}\}, j=1,2,\dots,K \rangle, i \in \{1,2,\dots,M\}$, в случае, если каждому из показателей сопоставить множество оценок рисков $\{R_{j,i}\}, j=1,2,\dots,K$, ему соответствующих. Такие пары порождают характеристики ИП вида $\bar{Q}_R = (Q_{1R}, Q_{2R}, \dots, Q_{MR})^T$, где $Q_{iR} = \langle Q_{i,nom}; \{R_{j,i}\}, j=1,2,\dots,K \rangle, i \in \{1,2,\dots,M\}$.

Предположим, что при моделировании и оценивании значений показателей $\tilde{Q}(t)$ используются характеристики: 1) $f(\tilde{\pi})$ – плотность вероятностей возмущенных значений параметров π ИП; 2) $\mu_A(\tilde{\pi}) \cdot f(\tilde{\pi})$ – плотность вероятностей для размытого множества параметров. Здесь $\mu_A(\tilde{\pi})$ – функция принадлежности [1-3], $A \subseteq \Pi$, Π – область допустимых значений параметров $\tilde{\pi}$. Часто предполагается, что переход от функции $f(\tilde{\pi})$ к функции $\mu_A(\tilde{\pi}) \cdot f(\tilde{\pi})$ снимает многие вопросы, связанные с незнанием точного вида классической функции плотности вероятностей. Однако, на наш взгляд, нахождение точного значения функции принадлежности является задачей не менее простой, чем нахождение функции $f(\tilde{\pi})$. Здесь предлагается неопределенность в знании точного вида этих функций представить в виде множеств их допустимых значений: $f(\tilde{\pi}) \in F_f(\tilde{\pi})$ и $\mu_A(\tilde{\pi}) \in F_\mu(\tilde{\pi})$. Например, множества $F_f(\tilde{\pi})$ и $F_\mu(\tilde{\pi})$ могут быть дискретными ($F_{f,N_f}(\tilde{\pi}) = \{f_1(\tilde{\pi}), f_2(\tilde{\pi}), \dots, f_{N_f}(\tilde{\pi})\}$) или параметризованными так, что при изменении параметров элементы этих множеств принимают все допустимые значения из области неопределенности:

$$F_{\mu,\theta}(\tilde{\pi}) = \{\mu_A(\tilde{\pi}, \theta) | \theta \in \Theta\}.$$

Тогда, в результате моделирования в соответствии с множествами функций неопределенности $F_{f,N_f}(\tilde{\pi})$ или $F_{\mu,\theta}(\tilde{\pi})$ будут получены пары «показатели эффективности – риски» вида: $Q_{iR} = \langle Q_{i,nom}; \{R_{j,i}^{(l)}\}, j=1,2,\dots,K, l=1,2,\dots,N_f \rangle$, $i \in \{1,2,\dots,M\}$ для $F_{f,N_f}(\tilde{\pi})$ и $Q_{iR} = \langle Q_{i,nom}; \{R_{j,i}(\theta)\}, j=1,2,\dots,K, \theta \in \Theta \rangle$, $i \in \{1,2,\dots,M\}$ для $F_{\mu,\theta}(\tilde{\pi})$. Остается только свернуть множество рисков, оцененных для показателей эффективности, в одно значение. Например, если риски оцениваются наибольшими

возможными потерями, то свертки могут иметь такой вид: $R_{j_0,i}^{(\max)} = \max_{l=1,2,\dots,N_f} R_{j_0,i}^{(l)}$ для $F_{f,N_f}(\tilde{\pi})$ и $R_{j_0,i}^{(\max)} = \max_{\theta \in \Theta} R_{j_0,i}(\theta)$ для $F_{\mu,\theta}(\tilde{\pi})$. И окончательно получим оценки: $Q_{iR} = \left\langle Q_{i,ном}; \left\{ R_{j_0,i}^{(\max)} \right\} \right\rangle$, $i \in \{1, 2, \dots, M\}$. Здесь значение индекса $j_0 \in \{1, 2, \dots, K\}$ фиксировано и соответствует риску наибольших возможных потерь.

Приведем пример оценивания рисков показателей аутсорсингового кластера (АК) [10]. Для этого будем оценивать два показателя $NFV_{(l)}$ (дохода) и $IRR_{NFV_{(l)}}$ (доходности). Предположим, что отклонения от запланированных (номинальных, плановых) значений потоков АК подчинены нормальному закону с математическим ожиданием равным нулю и среднеквадратическим отклонением равным $5/3\% = 1.6667\%$ от плановых значений. На Рис. 1 приведены значения показателей, полученные в результате моделирования для числа модельных расчетов $N_{model} = 155$.

Рисунок 1 – Разброс значений показателей $NFV_{(l)}$ и $IRR_{NFV_{(l)}}$.

Найдем оценку риска в виде наибольших абсолютных потерь [10]: $R_{4,NFV_{(l)}} = NFV_{(l)} - \widetilde{NFV}_{(l),\min} = 98,7$; индексы у показателя риска означают принадлежность его к определенному виду ($j_0=4$), и то, относительно какого показателя риск оценивается – ($NFV_{(l)}$), где $NFV_{(l)}$ – плановое значение показателя; $\widetilde{NFV}_{(l),\min}$ – наименьшее значение показателя. Аналогично можно оценить риск для второго показателя $R_{4,IRR_{NFV_{(l)}}} = 0,023$ и для размытой функции принадлежности. Относительные риски показателей можно оценить так: $R_{5,NFV_{(l)}} = \left(NFV_{(l)} - \widetilde{NFV}_{(l),\min} \right) / NFV_{(l)}$ (см. подробнее в [10]).

References:

1. Zadeh L.A. Fuzzy sets. – Information and Control, 1965, Vol. 8, pp. 338–353.

2. Bellman R., Zadeh L. Decision-making in a fuzzy environment. – Manag Sci, 1970, Vol. 17, pp. 141–164.
3. Zadeh L.A. From imprecise to granular probabilities. - Fuzzy Set Systems, 2005, Vol. 154, pp. 370–374.
4. Zimmermann H-J. An application-oriented view of modelling uncertainty. – European Journal of Operation Research, 2000, Vol. 122, pp. 190–199.
5. Zimmermann H.-J. Fuzzy Set Theory and Its Applications. – Kluwer Academic Publishers, 2001.
6. Bojadziev G., Bojadziev M. Fuzzy Logic for Business, Finance and Management. – Singapore: World scientific, 1997.
7. Turban E., Sharda R., Delen D. Decision Support and Business Intelligence Systems. – Prentice Hall, 2010.
8. Hussain O.K., Chang E., Hussain F.K., Dillon T.S. A Fuzzy Aproach to Risk Based Decision Making. – Lecture Notes in Computer Science, Springer Berlin/Heidelberg, Vol. 4278, 2006, pp. 1765-1775.
9. Hillson D. Effective opportunity management for projects – exploiting positive risk. – New York: Marcel Dekker, 2004.
10. Наумов А.А. Методы анализа и синтеза инвестиционных проектов. Эффективность, риски, управление. – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013. – 356 с.