SECTION 4. Computer science, computer engineering and automation.**Erik Nurlanovich Bayandiyev**senior lecturer, Department of Mathematics,
Taraz State University named after M.Kh.Dulaty, Kazakhstan
erikn87@mail.ru**Lyazat Rysbekovna Seytbekova**Associate professor, candidate of physical and mathematical sciences,
Department of «Mathematics and MTM», Taraz State Pedagogical Institute, Kazakhstan**Aynur Tursynkhanovna Tolkynbayeva**senior lecturer, Department of Mathematics,
Taraz State University named after M.Kh.Dulaty, Kazakhstan**ON SOME ALGORITHMS FOR THE NUMERICAL SOLUTION OF THE CAUCHY
PROBLEM FOR A SYSTEM OF DIFFERENTIAL EQUATIONS OF THE FIRST
ORDER RUNGE - KUTT METHOD IN DELPHI*****Abstract:** This article discusses some aspects of application and computer realization of the numerical solution of differential equations on Delphi with use of widespread Runge-Kutt method.****Key words:** Cauchy problem, Runge-Kutt method, algorithm, Delphi, program.***О НЕКОТОРЫХ АЛГОРИТМАХ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ
ДЛЯ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА
МЕТОДОМ РУНГЕ – КУТТА НА ЯЗЫКЕ DELPHI*****Аннотация:** В данной статье рассматриваются некоторые моменты применения и компьютерной реализации численного решения дифференциальных уравнений на Дельфи с применением широко распространенного метода Рунге-Кутты.****Ключевые слова:** задача Коши, метод Рунге-Кутта, алгоритм, дельфи, программа.*

Пусть дана система двух дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} y_1' = f_1(x, y_1, y_2), \\ y_2' = f_2(x, y_1, y_2). \end{cases} \quad (1)$$

Решением системы (1) называется пара функций $\varphi_1(x)$ и $\varphi_2(x)$, при подстановке которых в систему получаются тождества:

$$\varphi_1' = f_1(x, \varphi_1(x), \varphi_2(x)), \varphi_2' = f_2(x, \varphi_1(x), \varphi_2(x)).$$

Решению

$$\begin{cases} y_1 = \varphi_1(x), \\ y_2 = \varphi_2(x). \end{cases}$$

системы уравнений (1) соответствует интегральная кривая в пространстве трех измерений (x, y_1, y_2) . Задача Коши для системы состоит в нахождении решения системы (1), удовлетворяющего начальным условиям [1-5]

$$y_1|_{x=x_0} = y_{10}, y_2|_{x=x_0} = y_{20}. \quad (2)$$

Постановка задачи Коши для системы n дифференциальных уравнений первого порядка аналогична задаче (1-2), а именно: требуется найти решение системы

$$y_1|_{x=x_0} = y_{10}, y_2|_{x=x_0} = y_{20}, \dots, y_n|_{x=x_0} = y_{n0} . \quad (4)$$

Если ввести векторные обозначения

$$y(x) = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \\ \vdots \\ y_n(x) \end{pmatrix}, \quad y'(x) = \begin{pmatrix} y'_1(x) \\ y'_2(x) \\ \vdots \\ y'_n(x) \end{pmatrix}, \quad f(x, y) = \begin{pmatrix} f_1(x, y) \\ f_2(x, y) \\ \vdots \\ f_n(x, y) \end{pmatrix}, \quad y_0 = \begin{pmatrix} y_{10} \\ y_{20} \\ \vdots \\ y_{n0} \end{pmatrix}.$$

$$y' = f(x, y), \quad y|_{x=x_0} = y_0 \quad (5)$$

Обозначим вектор, аппроксимирующий решение, через

а его координаты – через

y_{ki} ($k = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, m$) так, что $y_{ki} \approx y(x_{ki})$

$$y_i = \begin{pmatrix} y_{1i} \\ y_{2i} \\ \vdots \\ y_{ni} \end{pmatrix} \approx y(x_i) = \begin{pmatrix} y_1(x_i) \\ y_2(x_i) \\ \vdots \\ y_n(x_i) \end{pmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots, m).$$

Будем искать решение на равномерной сетке с шагом $h = \frac{(b-a)}{m}$.

Величина погрешности численного метода оценивается величиной $d = \max_{1 \leq i \leq m} \{d_i\}$, где d_i – погрешность решения на сетке с шагом h в точке x_i :

$$d_i(h) = \max_{1 \leq k \leq n} \{|y_{ki}(h) - y_k(x_i)|\}.$$

$$\left| \varphi(x_i) - y_i \left(\frac{h}{2} \right) \right| \approx \frac{|y_i(h) - y_i(\frac{h}{2})|}{2^p - 1}.$$
$$y_i(h) = \begin{pmatrix} y_{1i}(h) \\ y_{2i}(h) \\ \vdots \\ y_{ni}(h) \end{pmatrix}, \quad y_i\left(\frac{h}{2}\right) = \begin{pmatrix} y_{1i}\left(\frac{h}{2}\right) \\ y_{2i}\left(\frac{h}{2}\right) \\ \vdots \\ y_{ni}\left(\frac{h}{2}\right) \end{pmatrix}$$
$$d_i\left(\frac{h}{2}\right) \approx \frac{\max_{1 \leq k \leq n} \{|y_{ki}(h) - y_k(x_i)|\}}{2^{p-1}} \quad (6)$$

где p – порядок точности численного метода.

Пример. Найти численное решение задачи Коши для системы двух дифференциальных уравнений на языке Delphi

$$\begin{cases} y_1' = y_2, \\ y_2' = -y_1; \end{cases}$$

$$y_1|_{x=x_0} = y_{10}, y_2|_{x=x_0} = y_{20}.$$

Задача Коши для дифференциального уравнения второго порядка

$$y'' + y = 0, \quad y|_{x=x_0} = y_0, \quad y'|_{x=x_0} = y'_0$$

приводится к задаче Коши для предыдущей системы, если обозначить

$$y_1(x) = y(x), \quad y_2 = y_1'(x) \quad \text{и} \quad y_{10} = y_0, \quad y_{20} = y'_0.$$

Вычисления правых частей дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} f_1(x, y_1, y_2) &= y_2, \\ f_2(x, y_1, y_2) &= -y_1 \end{aligned}$$

ведется в программе:

```
unit Unit1;
interface
uses
  Winapi.Windows, Winapi.Messages, System.SysUtils, System.Variants, System.Classes,
  Vcl.Graphics,
  Vcl.Controls, Vcl.Forms, Vcl.Dialogs, Vcl.StdCtrls;
type
  TForm1 = class(TForm)
    Label1: TLabel;
    Edit1: TEdit;
    Edit2: TEdit;
    Label2: TLabel;
    Label3: TLabel;
    Button1: TButton;
    Label4: TLabel;
    Edit3: TEdit;
    Edit4: TEdit;
    Label5: TLabel;
    Label6: TLabel;
    Label7: TLabel;
    Edit5: TEdit;
    Label8: TLabel;
    Memo1: TMemo;
    procedure Button1Click(Sender: TObject);
  private
    { Private declarations }
  public
    { Public declarations }
  end;
type
  coef2=array[0..4,1..2] of real;
  vect=array[1..2] of real;
var
  Form1: TForm1;  c:array[1..4] of real=(0,0.5,0.5,1);
  var
```

```

i,j,n,m:integer;
a,b,h,x:real;
y,y1:vect;
k:coef2;
ch:char;
implementation
{$R *.dfm}
    function f(i:integer;x:real;y:vect):real;
    BEGIN
    CASE 1 OF
    1:f:=y[2];
    2:f:=-y[1];
    END;
    END;
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
begin
a:=strtofloat(edit1.Text);
b:=strtofloat(edit2.Text);
y1[1]:=strtofloat(edit3.Text);
y1[2]:=strtofloat(edit4.Text);
M:=strtoint(edit5.Text);
    x:=a;
    h:=(b-a)/m;
memo1.Clear;
memo1.Lines.Add('x='+floattostr(x)+'    y1='+floattostr(y1[1])+'    y2='+floattostr(y1[2]));
    FOR i:=1 TO m DO
    BEGIN
    FOR j:=1 TO 4 DO
    BEGIN
    FOR n:=1 TO 2 DO
    y[n]:=y1[n]+c[j]*k[j-1,n];
    FOR n:=1 TO 2 DO
    k[j,n]:=h*f(n,x+c[j]*h,y);
    END;
    FOR n:=1 TO 2 DO
    y1[n]:=y1[n]+(k[1,n]+2*k[2,n]+2*k[3,n]+k[4,n])/6;
    x:=x+h;
memo1.Lines.Add('x='+floattostr(x)+'
y1='+floattostr(y1[1])+'    y2='+floattostr(y1[2]));
    END;
end;
end.

```

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО П...

Введите значения концов отрезка [a,b]

a= b=

Введите начальные значения функции y10 и функции y20 при x=x0

y1[1]= y1[2]=

Введите M - число значений функции на промежутке [a,b]

M =

x=0	y1=0	y2=1
x=0,1	y1=0,105170833333333	y2=1,105170833333333
x=0,2	y1=0,221402570850694	y2=1,221402570850694
x=0,3	y1=0,349858497062538	y2=1,349858497062538
x=0,4	y1=0,491824240080686	y2=1,491824240080686
x=0,5	y1=0,648720638596838	y2=1,648720638596838
x=0,6	y1=0,822117962091933	y2=1,822117962091933
x=0,7	y1=1,01375162659678	y2=2,01375162659678
x=0,8	y1=1,22553956329232	y2=2,22553956329232
x=0,9	y1=1,45960141378007	y2=2,45960141378007
x=1	y1=1,71827974413517	y2=2,71827974413517

Рисунок 1 – Разработанная программа.

Описанные алгоритмы и разработанная программа (Рис.1) может быть использована в различных исследованиях основанных на данном методе Рунге-Кутты, а также в процессе преподавания в университетах в качестве лабораторных работ.

References:

1. Пушкарёв Е.А. Дифференциальные уравнения в задачах и примерах. М.:2007.-С.146
2. Шевцов А.Н. Математическое моделирование в прикладных задачах. Тараз 2012.- С. 26-28
3. Метод Рунге-Кутты. [Электронный ресурс] URL: http://otherreferats.allbest.ru/programming/00126107_0.html (дата доступа 25.04.2014)
4. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ [Электронный ресурс] URL: http://kurs.ido.tpu.ru/courses/informat_chem_2/modul_5.htm (дата доступа 25.04.2014)
5. Методы Рунге-Кутты [Электронный ресурс] URL: http://edu.dvgups.ru/METDOC/ENF/VMATEM/WM/METHOD/VINOGRADOVA/WEBUMK/frame/8_1.htm (дата доступа 25.04.2014)
6. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка для численного решения дифференциальных уравнений. [Электронный ресурс] URL: http://alexeypetrov.narod.ru/C/runge_about.html (дата доступа 25.04.2014)
7. Метод Рунге-Кутты [Электронный ресурс] URL: http://www.simumath.net/library/book.html?code=Dif_Ur_method_RK (дата доступа 25.04.2014)
8. Метод Рунге – Кутты [Электронный ресурс] URL: <http://matica.org.ua/kurs-visshey-matematiki-3/06-metod-runge-kutta> (дата доступа 25.04.2014)
9. Численное решение задачи Коши для системы двух дифференциальных уравнений на языке Delphi [Электронный ресурс] URL: http://knowledge.allbest.ru/mathematics/2c0a65625a3bc78b4d53a88421216d37_0.html (дата доступа 25.04.2014)
10. Численные методы [Электронный ресурс] URL: <http://matica.org.ua/primeri/chislennye-metodi> (дата доступа 25.04.2014)

11. Как решить систему дифференциальных уравнений? [Электронный ресурс] URL: http://www.mathprofi.ru/sistemy_differencialnyh_uravnenij.html (дата доступа 25.04.2014)
12. РЕШЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ [Электронный ресурс] URL: <http://www.physchem.chimfak.rsu.ru/Source/NumMethods/ODE.html> (дата доступа 25.04.2014)
13. О НЕКОТОРЫХ МЕТОДАХ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С ПОСЛЕДУЮЩЕЙ РАЗРАБОТКОЙ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ПК [Электронный ресурс] URL: <http://sibac.info/index.php/2009-07-01-10-21-16/6778-2013-03-11-02-37-52> (дата доступа 25.04.2014)
14. ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ТРЕТЬЕГО И ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА [Электронный ресурс] URL: <http://www.science-education.ru/110-9669> (дата доступа 25.04.2014)
15. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и систем [Электронный ресурс] URL: <http://www.bibliofond.ru/view.aspx?id=539064> (дата доступа 25.04.2014)