

**SECTION 2. Applied mathematics. Mathematical modeling.**

**ABOUT DYNAMIC NESTING OF LORENZ ATTRACTORS**

**Abstract:** In the study of Lorenz attractors in the system of differential equations is used the first derivative of a function. This study shows the independence of the existence of the attractor from the order of the derivative.

**Key words:** attractor, Lorenz, derivative, order.

**Language:** Russian

**Citation:** Shevtsov AN (2015) ABOUT DYNAMIC NESTING OF LORENZ ATTRACTORS. ISJ Theoretical & Applied Science 03 (23): 176-179.

**Soi:** [http://s-o-i.org/1.1/TAS\\*03\(23\)30](http://s-o-i.org/1.1/TAS*03(23)30) **Doi:** [crossref http://dx.doi.org/10.15863/TAS.2015.03.23.30](http://dx.doi.org/10.15863/TAS.2015.03.23.30)

**О ДИНАМИЧЕСКОЙ ВЛОЖЕННОСТИ АТТРАКТОРОВ ЛОРЕНЦА**

**Аннотация:** При изучении аттракторов Лоренца в системе дифференциальных уравнений используется первая производная от функции. В данном исследовании показана независимость существования аттрактора от порядка данной производной.

**Ключевые слова:** аттрактор, Лоренц, производная, порядок.

**Введение**

Система дифференциальных уравнений, решение которой, приводит к созданию аттрактора Лоренца [1-9] имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(y - x) \\ \dot{y} = x(r - z) - y \\ \dot{z} = xy - b^*z \end{cases} \quad (1)$$

Вводя обозначения:

$M(x_0, y_0, z_0)$  - начальная точка,

$a = \sigma$ ,

$b = r$ , - коэффициенты системы,

$c = b^*$ .

рассмотрим численное решение этой системы на промежутке  $[-10, 10]$ . Разобьем интервал на отдельные промежутки с шагом  $h = 0.0001$ .

**Методика**

Зададим цикл на данном промежутке с шагом  $h$ , и начиная с точки  $M$ , будем рассчитывать последовательно все последующие значения системы (1). Получим выражение (2).

Здесь, на каждом последующем шаге, рассчитывается очередная точка решения системы (1) численным методом.

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_i + a(-x_i + y_i)h, \\ y_{i+1} &= y_i + (bx_i + y_i - z_i x_i)h, \\ z_{i+1} &= z_i + (-cz_i + x_i y_i)h. \end{aligned} \quad (2)$$

Разработаем алгоритм для построения аттрактора на языке Delphi [8-10].

```
for I := 0 to spinedit1.Value-1 do
begin
if edit1.Text<>" then x:= strtofloat(edit1.Text);
if edit2.Text<>" then y:= strtofloat(edit2.Text);
if edit3.Text<>" then z:= strtofloat(edit3.Text);
x_2:=x;
y_2:=y;
z_2:=z;

x_3:=x;
y_3:=y;
z_3:=z;
```

```

nn:=-10;
while nn<10 do
begin
nn:=nn+dt;
ai:=0;
bi:=0; ci:=0;
case radiogroup1.ItemIndex of
1:ai:=i/1;
2:bi:=i/1;
3:ci:=i/1;
end;

x1:= x + (a+ai)*(-x+y)*dt;
y1:= y + ((b+bi)*x-y-z*x)*dt;
z1:= z + (-c+ci)*z+x*y)*dt;
x:= x1;
y:= y1;
z:= z1;
glColor3f(Col2+i/100,i/10+Col2
shr 8+0.1,i/100+Col2 shr 16+0.1);

glVertex3d(x/10,y/10,z/10-1.7);

////////////////////////////////2////////////////////////////////

x1:= x_2 + (a+ai)*(-x_2+y_2)*dt*(dt+2);
y1:= y_2 + ((b+bi)*x_2-y_2-
z_2*x_2)*dt*(dt+2);
z1:= z_2 + (-c+ci)*z_2+x_2*y_2)*dt*(dt+2);
x_2:= x1;
y_2:= y1;
z_2:= z1;
glColor3d(5,5,0);
glVertex3d(x_2/10,y_2/10,z_2/10-1.7);

////////////////////////////////3////////////////////////////////

x1:= x_3 + (a+ai)*(-
x_3+y_3)*dt*(dt*dt+3*dt+3);
y1:= y_3 + ((b+bi)*x_3-y_3-
z_3*x_3)*dt*(dt*dt+3*dt+3);
z1:= z_3 + (-
(c+ci)*z_3+x_3*y_3)*dt*(dt*dt+3*dt+3);
x_3:= x1;
y_3:= y1;
z_3:= z1;
glColor3d(0,5,0);
glVertex3d(x_3/10,y_3/10,z_3/10-1.7);

end;
end;
    
```

Полученный аттрактор для параметров рис. 1. отображен на рис.2.

Варьируя производную получим разностные схемы для второго, и более высоких порядков, рис.3.

Рисунок 1 - Расчетные параметры.

Здесь (рис.3) красным отображен график системы - (1), желтым - (3), зеленым, соответственно, - (4). Полученные решения демонстрируют близость самих функций и сохранность аттрактора, независимо от порядка производной.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \sigma(y-x) \\ \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = x(r-z) - y \\ \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = xy - b * z \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^3 x}{\partial t^3} = \sigma(y-x) \\ \frac{\partial^3 y}{\partial t^3} = x(r-z) - y \\ \frac{\partial^3 z}{\partial t^3} = xy - b * z \end{cases} \quad (4)$$

Аналогичные расчеты можно продолжить и на более высокие порядки производных, причем свойство аттрактора будет сохраняться.

**Impact Factor ISRA (India) = 1.344**  
**Impact Factor ISI (Dubai, UAE) = 0.829**  
based on International Citation Report (ICR)  
**Impact Factor GIF (Australia) = 0.356**

**Impact Factor JIF = 1.500**  
**Impact Factor SIS (USA) = 0.438**  
**Impact Factor РИНЦ (Russia) = 0.179**

---

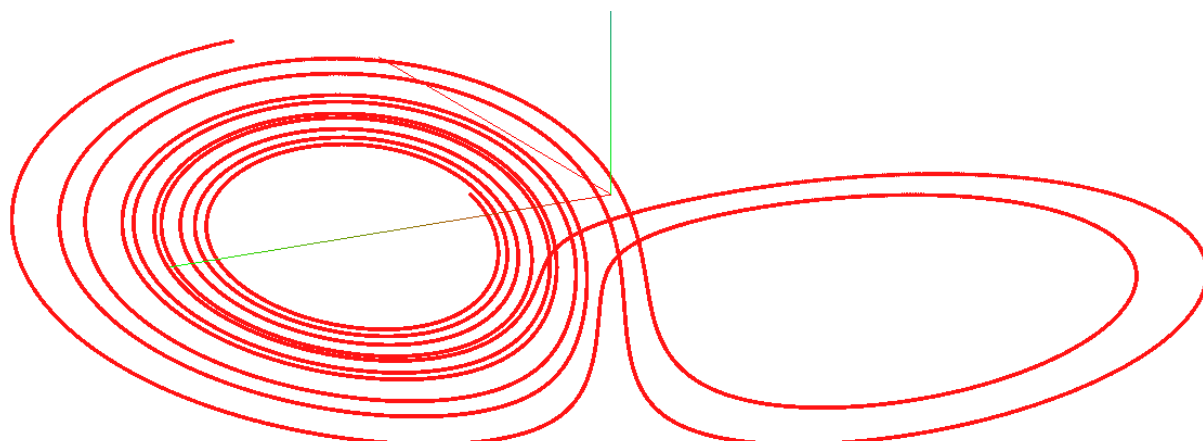


Рисунок 2 – Аттрактор Лоренца (первая производная).

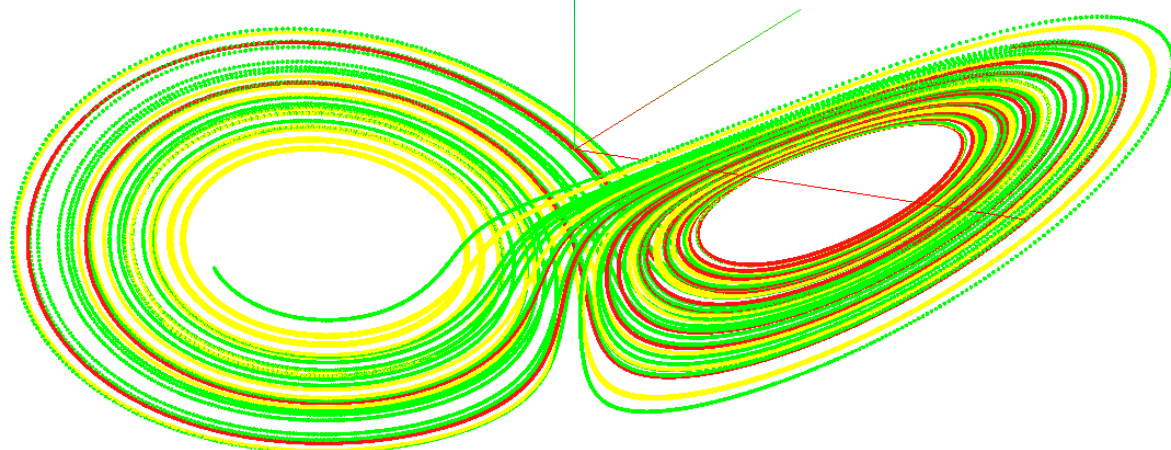
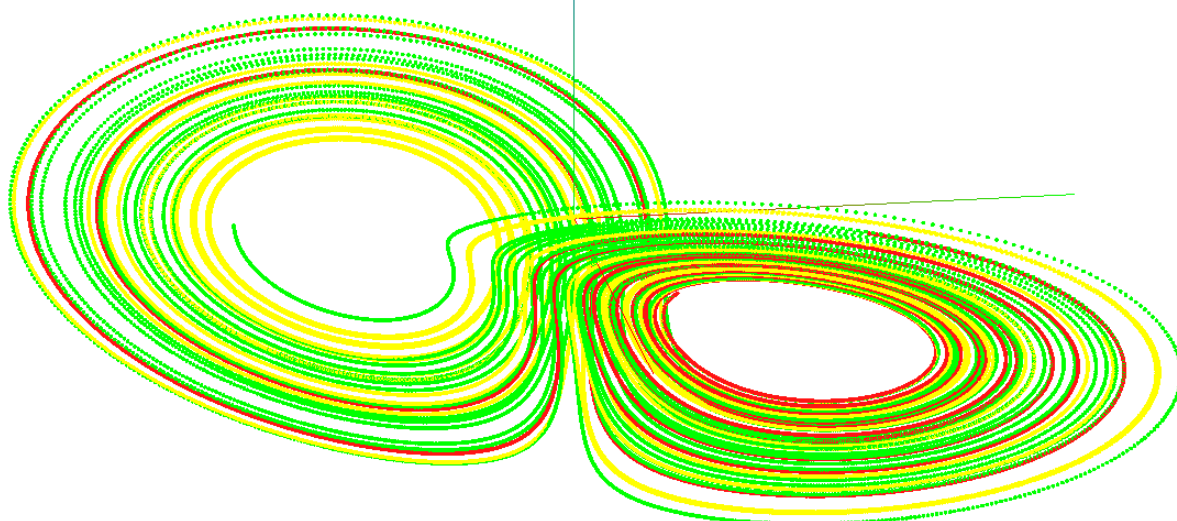


Рисунок 3 – Аттрактор Лоренца (первая, вторая, третья производные).

**Impact Factor ISRA (India) = 1.344**  
**Impact Factor ISI (Dubai, UAE) = 0.829**  
based on International Citation Report (ICR)  
**Impact Factor GIF (Australia) = 0.356**

**Impact Factor JIF = 1.500**  
**Impact Factor SIS (USA) = 0.438**  
**Impact Factor PIHII (Russia) = 0.179**

## References:

1. Gorodetskiy AS (2001) Minimal'nye attraktery i chastichno giperbolicheskie mnozhestva dinamicheskikh sistem. Diss. k. f.-m. n., MGU, 2001.
2. (2015) Galereya samykh strannykh attraktorov. LENTA.RU. Available: <http://www.lenta.ru/photo/2013/03/28/visualizatsion/> (Accessed: 20.03.2015).
3. Nikul'chev EV (2007) Geometricheskij metod rekonstruktsii sistem po eksperimental'nym dannym. Pis'ma v ZhTF. 2007. T. 33. Vyp. 6. pp. 83-89.
4. Nikul'chev EV (2010) Identifikatsiya dinamicheskikh sistem na osnove simmetrii rekonstruirovannykh attraktorov m. 2010. Available: <http://nikulchev.ru/learnbook3.html> (Accessed: 20.03.2015).
5. (2015) Attraktor Lorentsa. Available: <http://rfwiki.org/%D0%90%D1%82%D1%82%D1%80%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%9B%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%86%D0%B0> (Accessed: 20.03.2015).
6. Kuznetsov SP (2001) Sistema Lorentsa; Lektsiya 4. Dinamika sistemy Lorentsa. Dinamicheskij khaos (kurs lektsiy). — Moscow: Fizmatlit, 2001.
7. Saltzman B (1962) Finite amplitude free convection as an initial value problem. Journal of the atmospheric science, № 7, 1962 — pp. 329—341.
8. Lorents E (1981) Determinirovannoe neperiodicheskoe dvizhenie. Strannye attraktery. — Moscow, 1981. — pp. 88-116.
9. (2015) Risuem prostye ob'ekty. Available: [http://citforum.ru/programming/opengl/opengl\\_03.shtml](http://citforum.ru/programming/opengl/opengl_03.shtml) (Accessed: 20.03.2015).
10. Shevtsov AN, Kaliyeva G (2014) SOME ASPECTS OF MODELING THE STRANGE ATTRACTORS OF LORENZ IN DELPHI. ISJ Theoretical & Applied Science 10 (18): 68-81. Soi: [http://s-o-i.org/1.1/TAS\\*10\(18\)16](http://s-o-i.org/1.1/TAS*10(18)16)

