

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
ISI (Dubai, UAE) = 1.582
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
ПИИИ (Russia) = 3.939
ESJI (KZ) = 8.771
SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

SOI: [1.1/TAS](#) DOI: [10.15863/TAS](#)

International Scientific Journal Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2022 Issue: 09 Volume: 113

Published: 18.09.2022 <http://T-Science.org>

Issue

Article



Sherzodjon Zokir oglu Ablokulov
Tashkent Institute of Chemical Technology
Doctoral student
Tashkent, Republic of Uzbekistan
ablokulov93@mail.ru

ON MODELING OF OSCILLATIONS OF DEFORMABLE STRUCTURAL ELEMENTS UNDER VIBRATION DISTURBING LOADS

Abstract: In this paper, from a scientific point of view, the issues of vibrations of mechanical systems with a finite number of degrees of freedom under the influence of mechanical impulse loads are considered. The aim of the work is to study vibrations of structures with a finite number of degrees of freedom under impulsive disturbing loads, taking into account the viscoelastic properties of deformable elements. For this, various means of protection against REA impulse loads were calculated, which include dampers, springs, gaskets, shock absorbers. To achieve this goal, an analysis was made of the vibration of the REA block (with and without masses attached) from vibration effects; a mathematical model of the influence of REA parameters on the resonant state of the mechanical system, as well as on the magnitude of the oscillation amplitude, is constructed.

Key words: mechanical system, vibration unit, vibrations, momentum, shock absorber, damper.

Language: Russian

Citation: Ablokulov, Sh. Z. (2022). On modeling of oscillations of deformable structural elements under vibration disturbing loads. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 09 (113), 84-88.

Soi: <http://s-o-i.org/1.1/TAS-09-113-16> **Doi:**  <https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2022.09.113.16>

Scopus ASCC: 2200.

О МОДЕЛИРОВАНИИ КОЛЕБАНИЙ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ВИБРАЦИОННЫХ ВОЗМУЩАЮЩИХ НАГРУЗКАХ

Аннотация: В данной работе с научной точки зрения рассматриваются вопросы колебаний механических систем с конечным числом степеней свободы при воздействии механических импульсных нагрузок. Целью работы является исследования колебаний конструкций с конечным числом степеней свободы при импульсных возмущающих нагрузках с учетом вязкоупругих свойств деформируемых элементов. Для этого произведен расчет различных средств защиты от импульсных нагрузок РЭУ, к которым относятся демпферы, пружины, прокладки, амортизаторы. Для достижения поставленной цели произведен анализ вибрации блока РЭУ (с присоединенными массами и без масс) от вибрационных воздействий; построена математическая модель влияния параметров РЭУ на резонансное состояние механической системы, а также на величину амплитуды колебаний.

Ключевые слова: механической системы, вибрационный блок, колебания, импульс, амортизатор, демпфер.

Введение

Для снижения воздействия вибрационных нагрузок существуют различные средства защиты от вибраций РЭУ: демпферы, пружины, прокладки, амортизаторы. Наиболее эффективными среди них являются активные амортизаторы, в которых помимо элементов

демпфирования, присутствуют элементы с дополнительным источником энергии, что позволяет изменять жесткость подвесов, и, тем самым, уменьшить влияние вибрационных нагрузок на РЭУ. Такие амортизаторы предназначены для снижения амплитуды вибраций не только на резонансных частотах, но и

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
 ISI (Dubai, UAE) = 1.582
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИИЦ (Russia) = 3.939
 ESJI (KZ) = 8.771
 SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

во всем требуемом диапазоне частот, что влечет за собой усложнение конструкций за счет введения дополнительных средств измерения вибраций [1,2]. Снижение уровней вибраций радиоэлектронных аппаратур (РЭА) является актуальной задачей в авиастроительной промышленности [3,4]. Для расчета механических процессов, происходящих в радиоэлектронных конструкциях, представляются некоторые модели [5,6]. При разработке расчетной модели нужно, по возможности, стремиться к тому, чтобы не вносить никаких принципиальных упрощений в рассматриваемые физические явления с тем, чтобы избежать неконтролируемых погрешностей. Вибрационные нагрузки, испытываемые приборами и аппаратами, вызывают механические напряжения в их элементах. Для защиты оборудования от динамических воздействий широко применяются различные гасители и демпфирующие элементы [7,8]. По характеру приложения внешних нагрузок виброизоляция РЭА условно разделяют на активную и пассивную [9,10]. Если объект сам является источником колебаний, тогда необходимо изолировать объект от опорного основания [11].

Радиоэлектронная аппаратура часто моделируется в виде монолитного блока. К ним относятся блоки, в которых промежутки между радиодетальными заполнены компаундом, пенопластом, резиной и т.п. В таких блоках нет пустот. Модель – сетка для них трехмерна

В настоящей работе рассматриваются колебания вязкоупругого пространственного блока при воздействии периодических нагрузок. Снижение импульсных возмущений радиоэлектронного блока и разработка методики влияния присоединенной массы, а также изменение различных геометрических параметров

на резонансную частоту и декремент затухания механической системы является актуальной задачей. При решении поставленной задачи РЭУ от внешнего импульсного воздействия на резонансных частотах использовались метод комплексных амплитуд, методы уравнений математической физики и метод ортогональной прогонки Годунова. Предложен алгоритм определения резонансной частоты и амплитуды перемещений рассматриваемой механической системы. Применение предложенной математической модели позволяет снизить суммарные импульсные нагрузки РЭУ до 25%.

2. Методы

Диссипативная механическая система (ДМС) представляется как тело объема $V = \sum_{n=1}^N V_n$, которая состоит из N частей, с объемами V_n ($n = 1; 2; \dots; N$) и ограничены поверхностью $S = S_p + S_l$. На части поверхности S_p , в общем случае, заданы внешние нагрузки, а на поверхности S_l – граничные условия. На контактных поверхностях выполняются условия скользящего (на контакте отсутствуют трения) или жесткого закрепленного контакта, или в контакте имеется трение.

При собственных (или установившихся вынужденных) колебаниях вариационное уравнение в символическом виде можно представить в виде:

$$\delta G(U_n^0(\bar{x}), \omega^2) = 0 \quad (1)$$

Выпишем конкретное представление функционала G , например, для пакета прямоугольных пластин с точечными связями:

$$G[W_n^0(x, y), \omega^2] = -\frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \bar{D}_n \int_0^{a_n} \int_0^{b_n} \left[\left(\frac{\partial^2 W_n^0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_n^0}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu_n) \left(\frac{\partial^2 W_n^0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W_n^0}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 W_n^0}{\partial x \partial y} \right)^2 \right) \right] dx dy -$$

$$-\frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{l=1}^{L_n} \bar{D}_n \left[W_n^0(x_n^l, y_n^l) - W_{n+1}^0(x_n^l, y_n^l) \right]^2 -$$

$$-\frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{l'=1}^{L_n'} C_{l'n} (W_n^0)^2(x_n^{l'}, y_n^{l'}) + \frac{\omega^2}{2} \sum_{n=1}^N \rho_n h_n \int_0^{a_n} \int_0^{b_n} (W_n^0)^2 dx dy +$$

$$+ \frac{\omega^2}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{q=1}^{Q_n} M_{qn} (W_n^0)^2(x_n^q, y_n^q),$$

где ω – комплексная частота, h_n, a_n, b_n – толщина и линейные размеры n -й пластины, x_n^q, y_n^q – координаты n -й сосредоточенной массы, x_n^l, y_n^l –

координаты l -й пружины (амортизатора), $x_n^{l'}, y_n^{l'}$ – координаты l' -й упругой (вязкоупругой) опоры.

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
 ISI (Dubai, UAE) = 1.582
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИИЦ (Russia) = 3.939
 ESJI (KZ) = 8.771
 SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

Если n -я пластина, l -я пружина и l' -я опора вязкоупругие, то $\bar{D}_n, \bar{C}_{l'n}, \bar{C}_{l'n}$ представляются следующими формулами:

$$\bar{D}_n = D_n f_n(\omega_R), \bar{C}_{l'n} = C_{l'n} f_{l'n}(\omega_R), \bar{C}_{l'n} = C_{l'n} f_{l'n}(\omega_R)$$

где $f(\omega_R) = 1 - \Gamma_c(\omega_R) - i\Gamma_s(\omega_R)$ - комплексная функция, числовые коэффициенты которой зависят от параметров ядра релаксации соответствующих вязкоупругих элементов,

$$D_n = E_n I_n^3 / (12(1 - \nu_n^2)), D_n = \frac{E_n h_n^3}{12(1 - \nu_n^2)}, C_{l'n}, C_{l'n}$$

обобщенные мгновенные жесткости соответственно n -й пластины, l -го амортизатора, l' -й опоры. В упругом случае $\bar{D}_n = D_n, \bar{C}_{l'n} = C_{l'n}, \bar{C}_{l'n} = C_{l'n}$ где $D_n, C_{l'n}, C_{l'n}$ - обобщенные жесткости соответственно n -й пластины, l -й пружины, l' -й опоры (рис. 1).

Аналогичный функционал можно записать для системы оболочек вращения.

Компоненты вектора перемещений $U_{nj}^0(\bar{x})$ являются искомыми функциями вариационного уравнения (1) и должны удовлетворять граничным условиям на поверхностях Ω_n^{bo} , т.е.

$$L_n U_{nj}^0(\bar{x}) = 0, \bar{x} \in \Omega_n^{bo} \quad (2)$$

Осталось наложить на систему жесткие точечные связи, которые не совершают работы при колебаниях. Условия жесткого шарнирного опирания n -го тела в S_n точечных опорах запишем в виде

$$U_{nj}^0(\bar{x}_n^s) = 0 \quad (s = 1, \dots, S_n; j = 1, \dots, J),$$

где \bar{x}_n^s - координаты s -й опоры n -го тела. Если часть опор имеет защемления, то добавятся условия

$$\frac{\partial U_{nj}^0(\bar{x}_n^s)}{\partial \alpha_n^s} = 0, \quad (s = 1, \dots, S_n^a; j = 1, \dots, J) \quad (3)$$

где α_n^s - направление единичного вектора, вдоль которого в точке \bar{x}_n^s осуществлено жесткое защемление тела.

В программе, реализующий алгоритм, условие (3) учитывается только для оболочек вращения. Наличие жестких стоек между n -м и $(n+1)$ -м телом при $N \geq 2$ учитывается соотношениями

$$U_{nj}^0(\bar{x}_n^r) - U_{n+1,j}^0(\bar{x}_n^r) = 0 \quad (r = 1, \dots, R_n; j = 1, \dots, J), \quad (4)$$

где \bar{x}_n^r - координата r -й стойки, R_n - число стоек между n -м и $(n+1)$ -м телами. В случае $N=1$ условия (4) отсутствуют. Таким образом, на вектор перемещений дополнительно накладываются ограничения типа (2)-(4). Наложение на систему точечных связей учтем с помощью метода множителей Лагранжа. Тогда вариационное уравнение (1) переписется в виде

$$\begin{aligned} \delta \{ G(U_{nj}^0(\bar{x}), \omega^2) + \sum_{n=1}^N \sum_{s=1}^{S_n} \sum_{j=1}^J \lambda_{nj}^s U_{nj}^0(\bar{x}_n^s) + \\ + \sum_{n=1}^N \sum_{s=1}^{S_n^a} \sum_{j=1}^J k_{nj}^s \frac{\partial U_{nj}^0(\bar{x}_n^s)}{\partial \alpha_n^s} + \\ + \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{r=1}^{R_n} \sum_{j=1}^J \mu_{nj}^r [U_{nj}^0(\bar{x}_n^r) - U_{n+1,j}^0(\bar{x}_n^r)] \} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

где $\lambda_{nj}^s, k_{nj}^s, \mu_{nj}^r$ - множители Лагранжа. Необходимо найти спектр комплексных собственных частот $\omega^k = \omega_R^k + i\omega_I^k$, где ω_R^k - частоты, а ω_I^k - коэффициенты демпфирования собственных затухающих колебаний.

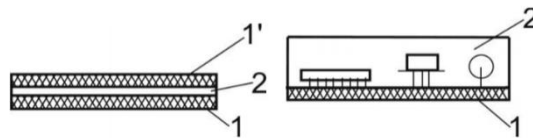


Рис. 1. Расчетная схема. а) трёхслойный блок без присоединённых масс. б) блок с присоединёнными массами: 1- демпфирующий слой; 2- защищаемый объект.

В качестве примера рассмотрим механической системы со счётным множеством степенями свободы, приведённого на рис.2.

Рассмотрим колебания балки с k присоединёнными динамическими гасителями колебаний. Пусть m_b - масса балки, m_{vi} - масса i -го гасителя колебаний, c_{vi} - жесткость пружины i -го гасителя колебаний, l - длина балки, b, h -

размеры поперечного сечения балки, S - площадь поперечного сечения балки, ρ - плотность балки, J - момент инерции поперечного сечения балки относительно оси x

$$(J = \frac{bh^3}{12}), \xi_i - \text{коэффициент демпфирования}$$

i -го гасителя.

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
 ISI (Dubai, UAE) = 1.582
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИИЦ (Russia) = 3.939
 ESJI (KZ) = 8.771
 SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

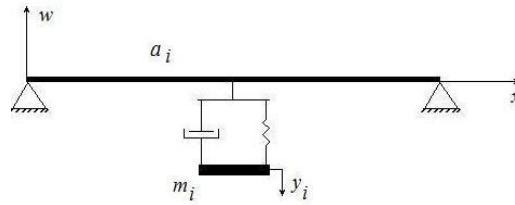


Рис. 2. Система балка-демпфер

Уравнения колебаний системы «балка-гасители» при периодических вибрационных воздействиях принимает вид:

$$E_0 J \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + \rho S \omega^2 W - A \sum_{i=1}^k [W(x_i) \delta(x - x_i)] = P_0(x), \quad (6)$$

$$A = \frac{m \omega^2}{1 - m \omega^2 / k(1 - \Gamma_k)}$$

Пусть $W = lw$, $x = ls$, $t = t_c \hat{t}$, $y_i = lz_i$,

$$t_c = l^2 \left(\frac{\rho S}{EJ} \right)^{1/2}.$$

Тогда систему (6) можно переписать в безразмерном виде. В качестве граничных условий выбираем условия шарнирного опирания балки: $w = \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} = 0$ при $l=0, 1$.

Метод решения

Для решения задачи (6) воспользуемся методом многих масштабов [11]. Решение системы будем искать в следующем виде:

$$\begin{aligned} w &= w_0(s, \tau_0, \tau_1, \tau_2, \mu) + \mu^{1/2} w_1(s, \tau_0, \tau_1, \tau_2, \mu) + \\ &+ \mu w_2(s, \tau_0, \tau_1, \tau_2, \mu) + \dots \\ u_i &= u_{0i}(s, \tau_0, \tau_1, \tau_2, \mu) + \mu^{1/2} u_{1i}(s, \tau_0, \tau_1, \tau_2, \mu) + \\ &+ \mu u_{2i}(s, \tau_0, \tau_1, \tau_2, \mu) + \dots \end{aligned} \quad (7)$$

где $\tau_0 = \hat{t}$, $\tau_1 = \mu^{1/2} \hat{t}$, $\tau_2 = \mu \hat{t}$, $v_i(\hat{t}) = f_i(\tau_2)$.

Подставим (7) в (6) и приравняв коэффициенты при одинаковых степенях $\mu^{1/2}$, получим последовательность уравнений для определения функций w_m и u_m ($m=0, 1, 2, \dots$).

3. Результаты и анализ

В нулевом приближении получим систему дифференциальных уравнений:

$$\mu^0: \frac{\partial^4 w_0}{\partial s^4} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial \tau_0^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 u_{0i}}{\partial \tau_0^2} + \hat{c}_{si} u_{0i} = 0, \quad i=1, 2, \dots, k,$$

решение которой запишем в виде (7):

$$w_0 = \sin \pi n s [A(\tau_1, \tau_2) \cos \omega \tau_0 + B(\tau_1, \tau_2) \sin \omega \tau_0],$$

$$u_{0i} = C_i(\tau_1, \tau_2) \cos \omega \tau_0 + D_i(\tau_1, \tau_2) \sin \omega \tau_0.$$

Здесь $\omega = \pi^2 n^2$.

В первом приближении получим следующую систему уравнений:

$$\mu^{1/2}: \frac{\partial^2 w_1}{\partial \tau_0^2} + \omega_n^2 w_1 - \Pi_1 = 0,$$

$$\frac{\partial^2 u_{1i}}{\partial \tau_0^2} + \omega_n^2 u_{1i} - \Pi_{2i} = 0, \quad i=1, 2, \dots, k,$$

где

$$\Pi_1 = \omega^2 \sum_{i=1}^k q_{0i} u_{0i} - 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial \tau_0 \partial \tau_1} = \left(\omega^2 \sum_{i=1}^k q_{0i} C_i - 2 \omega \frac{\partial B}{\partial \tau_1} \right) \cos \omega \tau_0 +$$

$$+ \left(\omega^2 \sum_{i=1}^k q_{0i} D_i + 2 \omega \frac{\partial A}{\partial \tau_1} \right) \sin \omega \tau_0;$$

$$\Pi_{2i} = -2 f_i \omega \frac{\partial u_{0i}}{\partial \tau_0} - \frac{1}{2} q_{0i} \frac{\partial^2 w_{0i}}{\partial \tau_0^2} - 2 \frac{\partial^2 u_{0i}}{\partial \tau_0 \partial \tau_1} - \delta_{ii} u_{0i} =$$

$$= \left(\frac{1}{2} q_{0i} \omega^2 A - 2 f_i \omega^2 D_i - 2 \omega \frac{\partial D_i}{\partial \tau_1} - C_i \delta_{ii} \right) \cos \omega \tau_0 + \quad (8)$$

$$+ \left(\frac{1}{2} q_{0i} \omega^2 B + 2 f_i \omega^2 C_i + 2 \omega \frac{\partial C_i}{\partial \tau_1} - D_i \delta_{ii} \right) \sin \omega \tau_0.$$

Чтобы устранить вековые члены в решении системы (8) необходимо положить:

$$\omega \sum_{i=1}^k q_{0i} C_i - 2 \frac{\partial B}{\partial \tau_1} = 0, \quad \omega \sum_{i=1}^k q_{0i} D_i + 2 \frac{\partial A}{\partial \tau_1} = 0, \quad (9)$$

$$q_{0i} \omega A - 4 f_i \omega D_i - 4 \frac{\partial D_i}{\partial \tau_1} - \frac{2}{\omega} C_i \delta_{ii} = 0,$$

$$q_{0i} \omega B + 4 f_i \omega C_i + 4 \frac{\partial C_i}{\partial \tau_1} - \frac{2}{\omega} D_i \delta_{ii} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, k.$$

Составим характеристическое уравнение для уравнения [14]:

$$\lambda^4 + 2 f \omega \lambda^3 + \lambda^2 \left(\frac{\omega^2 G}{4} + f^2 \omega^2 + \frac{\delta_1^2}{4 \omega^2} \right) + \lambda \frac{f G \omega^3}{4} + \frac{G^2 \omega^4}{64} = 0$$

Так как выполняются условия Гурвица (отрицательности вещественных частей корней данного характеристического уравнения), их можно записать в виде

$$\lambda_{1,2} = -k_1^2 \pm i n_1^2, \quad \lambda_{3,4} = -k_2^2 \pm i n_2^2.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} A(\tau_1, \tau_2) &= C_1(\tau_2) e^{-k_1^2 \tau_1} \cos(n_1^2 \tau_1) + \\ &+ C_2(\tau_2) e^{-k_1^2 \tau_1} \sin(n_1^2 \tau_1) + C_3(\tau_2) e^{-k_2^2 \tau_1} \cos(n_2^2 \tau_1) + \\ &+ C_4(\tau_2) e^{-k_2^2 \tau_1} \sin(n_2^2 \tau_1). \end{aligned}$$

Очевидно, что для затухания колебаний следует потребовать выполнения условия $0 < R < 1$.

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 1.582	ПИИЦ (Russia) = 3.939	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.771	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 7.184	OAJI (USA) = 0.350

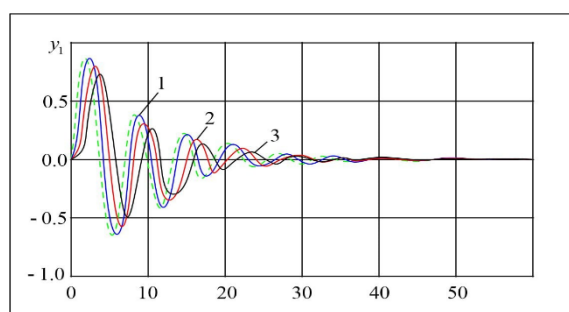


Рис. 3. Изменение перемещений гасителя в зависимости от времени при различных вязкостях деформируемого элемента: 1. $A=0.04$; 2. $A=0.06$; 3. $A=0.07$;

На рис. 3 приведены изменения перемещений гасителя в зависимости от времени при различных вязкостях деформируемого элемента: $1A=0.04$; $2A=0.06$; $3A=0.07$

4. Выводы

С увеличением вязкости деформируемого без массового элемента перемещения гасителя в зависимости от времени снижаются экспоненциальном законом.

References:

1. Nashif, A., Djours, D., & Xenderson, Dj. (1988). *Dempfirovaniye kolebaniy*: Per.s angl, (p.448). Moscow: Mir.
2. Kofanov, Yu.N. (2008). *Avtomatizatsiya proektirovaniya RES. Topologicheskoe proektirovaniye pechatnix plat.* (p.225). Krasnoyarsk.
3. Droppa, P., Kalna, P., & Filipek, S. (2015). *Application diagnostics methods for modernization vehicle IFV-2*. Military Technologies (ICMT), 2015 International Conference on, 2015, pp. 1-5. DOI: 10.1109/MILTECHS.2015.7153762.
4. Varne, Dj. (1990). *Elektronnoye konstruirovaniye: Metodi bor'bi spomexami*: Per. s angl, (p.238). Moscow: Mir.
5. Borisov, V.F., & Lavrenov, O.P. (1996). *Konstruirovaniye radioelektronnix sredstv.* (p.380). Moscow: Izd-vo MAI.
6. Yeliseev, S. V., & Nerubenko, G. P. (1982). *Dinamicheskie gasiteli kolebaniy*. Novosibirsk: Nauka.
7. Korenev, B. G., & Reznikov, P. M. (1978). *Dinamicheskie gasiteli kolebaniy. Teoriya i texnicheskie prilozheniya*. Moscow: Nauka.
8. Sarafanov, A.V., & Tregubov, S.I. (1999). *Konstruirovaniye RES. Texnicheskoe zadaniye i yego analiz.* (p.80). Krasnoyarsk.
9. Safarov, I.I., Teshayev, M.Kh., & Madjidov, M. (2014). *Dempfirovaniye kolebaniy mexanicheskix sistem.* (p.97). LAP LAMBERT Akademik Publishing.
10. Koltunov, M.A. (1976). *Polzuchest' i relaksatsiya.* (p.277). Moscow: Visshaya skola.
11. Safarov, I.I. (1992). *Kolebaniya i volni v dissipativno neodnorodnix sredax i konstruksiyax.* (p.252). Tashkent: Fan.