

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
ISI (Dubai, UAE) = 1.582
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
ПИИИ (Russia) = 3.939
ESJI (KZ) = 8.771
SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

SOI: [1.1/TAS](#) DOI: [10.15863/TAS](#)

International Scientific Journal Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2023 Issue: 02 Volume: 118

Published: 05.02.2023 <http://T-Science.org>

Issue

Article



Gennady Evgenievich Markelov
Bauman Moscow State Technical University
Candidate of Engineering Sciences,
associate professor, corresponding member of
International Academy of Theoretical and Applied Sciences,
Moscow, Russia
markelov@bmstu.ru

A MATHEMATICAL MODEL OF A MACRO-LEVEL OF AN ELECTROTHERMAL SYSTEM

Abstract: A mathematical model of a macro-level of an electrothermal system has been obtained as part of a unified approach to development of a working mathematical model. The electrothermal system includes one or more thermistors, connected in series, with a negative temperature coefficient of resistance. The developed working mathematical model has the desired properties to a sufficient extent. The use of such a mathematical model allows expedient use of mathematical modelling capabilities, and lowers costs and time spent on studies of the electrothermal system under consideration.

Key words: NTC thermistor, working mathematical model, properties of mathematical models, principles of mathematical modeling.

Language: Russian

Citation: Markelov, G. E. (2023). A mathematical model of a macro-level of an electrothermal system. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 02 (118), 38-43.

Soi: <http://s-o-i.org/1.1/TAS-02-118-7> **Doi:**  <https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2023.02.118.7>

Scopus ASCC: 2604.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАКРОУРОВНЯ ЭЛЕКТРОТЕПЛОВОЙ СИСТЕМЫ

Аннотация: В рамках единого подхода к построению рабочей математической модели получена математическая модель макроуровня электротепловой системы. Электротепловая система включает один или несколько последовательно соединенных терморезисторов с отрицательным температурным коэффициентом сопротивления. Построенная математическая модель в достаточной мере обладает свойствами полноты, адекватности, продуктивности и экономичности. Применение такой модели сокращает затраты времени и средств на проведение исследования, позволяет рационально использовать возможности математического моделирования.

Ключевые слова: терморезистор с отрицательным ТКС, рабочая математическая модель, свойства математических моделей, принципы математического моделирования.

Введение

В обширной учебной и научной литературе рассмотрены технические характеристики терморезисторов с отрицательным температурным коэффициентом сопротивления (ТКС), принципы их работы и способы расчета схем с такими терморезисторами. Примеры успешного практического использования терморезисторов с

отрицательным ТКС известны в различных областях человеческой деятельности.

Целью настоящей работы является построение в рамках единого подхода рабочей математической модели макроуровня электротепловой системы. Электротепловая система включает один или несколько последовательно соединенных терморезисторов с отрицательным ТКС.

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
ISI (Dubai, UAE) = 1.582
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
ПИИЦ (Russia) = 3.939
ESJI (KZ) = 8.771
SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

Зависимость сопротивления R такого терморезистора от его температуры T обычно описывают выражением (см., например, [1; 2]), которое имеет вид

$$R(T) = r \exp[\beta(T^{-1} - T_0^{-1})],$$

где r — сопротивление терморезистора при $T = T_0$; β — коэффициент, постоянный для данного экземпляра терморезистора. Однако в сравнительно узком диапазоне температур можно считать, что

$$R(T) = \frac{r}{1 + \beta(T - T_0)T_0^{-2}}.$$

Единый подход к построению рабочей математической модели, которая в достаточной мере обладает нужными свойствами применительно к конкретному исследованию, изложен в работах [3; 4]. Некоторые свойства математических моделей сформулированы, например, в [5; 6]. В работе [7] приведен пример построения математической модели, в достаточной мере обладающей нужными свойствами применительно к исследованию, некоторые результаты которого опубликованы в работах [8–10]. Особенности внедрения единого подхода к построению математических моделей рассмотрены, например, в [11; 12].

2. Постановка задачи

Рассмотрим один или несколько последовательно соединенных терморезисторов с отрицательным ТКС. Пусть T_i — температура i -го терморезистора, которая не зависит от пространственных координат, причем $T_i \leq T^*$, $1 \leq i \leq n$. Температура T_i в начальный момент времени t_0 равна T_0 . На поверхности терморезистора площадью S_i происходит конвективный теплообмен с окружающей средой, температура которой равна T_0 , коэффициент теплоотдачи известен и равен α_i . Для сравнительно узкого диапазона температур от T_0 до T^* считаем, что

$$R_i(T_i) = \frac{r_i}{1 + \beta_i(T_i - T_0)T_0^{-2}},$$

$$C_i(T_i) = c_i[1 + \gamma_i(T_i - T_0)],$$

где $R_i(T_i)$ и $C_i(T_i)$ — сопротивление и полная теплоемкость i -го терморезистора; r_i и c_i — сопротивление и полная теплоемкость i -го терморезистора при $T_i = T_0$; β_i и γ_i — положительные постоянные величины. Разность электрических потенциалов на полюсах i -го элемента равна

$$U_i = \frac{r_i I}{1 + \beta_i(T_i - T_0)T_0^{-2}}, \quad (1)$$

где I — сила постоянного электрического тока.

Пусть в рамках проводимого исследования представляет интерес разность электрических потенциалов

$$U = \sum_{i=1}^n U_i. \quad (2)$$

Построим рабочую математическую модель макроуровня объекта исследования, которая в достаточной мере обладает свойствами полноты, адекватности, продуктивности и экономичности.

3. Решение задачи при $n = 1$

Пусть электротепловая система включает только один терморезистор с отрицательным ТКС, т. е. $n = 1$. Тогда для решения поставленной задачи выстроим иерархию математических моделей макроуровня данного объекта исследования и определим условия, при выполнении которых можно с относительной погрешностью не более заданного значения δ_0 найти искомую величину U_1 .

Если разность $T_1 - T_0$ достаточно мала, то согласно (1) найдем искомую величину по формуле

$$U_0 = r_1 I. \quad (3)$$

Определим условия, при которых применима полученная формула. Для этого рассмотрим установившийся процесс теплообмена. В этом случае мощность тепловыделения в материале терморезистора равна тепловому потоку, отводимому от терморезистора, т. е.

$$R_1(T_*) I^2 = \alpha_1 (T_* - T_0) S_1,$$

где T_* — установившееся значение температуры терморезистора. Из полученного равенства легко найти

$$T_* = T_0 + \frac{T_0^2}{2\beta_1} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4\beta_1 r_1 I^2}{\alpha_1 S_1 T_0^2}} \right),$$

а затем определить установившееся значение искомой величины

$$U_* = \frac{2r_1 I}{1 + \sqrt{1 + \frac{4\beta_1 r_1 I^2}{\alpha_1 S_1 T_0^2}}}, \quad (4)$$

причем для данного диапазона температур

$$\frac{r_1 I^2}{\alpha_1 S_1 (T_* - T_0)} \leq 1 + \beta_1 (T_* - T_0) T_0^{-2}. \quad (5)$$

Для относительной погрешности величины U_0 запишем

$$\delta(U_0) = \left| \frac{U_1 - U_0}{U_1} \right| = \frac{U_0}{U_1} - 1 \leq \frac{U_0}{U_*} - 1.$$

При выполнении неравенства

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
ISI (Dubai, UAE) = 1.582
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
РИИЦ (Russia) = 3.939
ESJI (KZ) = 8.771
SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

$$\frac{U_0}{U_*} - 1 \leq \delta_0$$

можно с относительной погрешностью не более δ_0 использовать формулу (3) для нахождения искомой величины. Следовательно, при выполнении неравенства

$$U_0 \leq (1 + \delta_0) U_* \quad (6)$$

математическая модель макроуровня (3) в достаточной мере обладает свойствами полноты, адекватности, продуктивности и экономичности.

Затем определим условия, при которых применима математическая модель (4). Для этого рассмотрим неуставившийся процесс теплообмена. В этом случае изменение температуры терморезистора во времени t описывает обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка

$$C_1(T_1) \frac{dT_1}{dt} = R_1(T_1) I^2 - \alpha_1(T_1 - T_0) S_1,$$

а начальное условие имеет вид

$$T_1(t_0) = T_0.$$

Учитывая, что

$$U_1 = \frac{U_0}{1 + \beta_1(T_1 - T_0)T_0^{-2}},$$

сформулируем задачу Коши

$$\frac{c_1 r_1 I T_0^2}{\beta_1 U_1^2} \frac{dU_1}{dt} = \frac{\alpha_1 S_1 r_1 I T_0^2 - \alpha_1 S_1 U_1 T_0^2 - \beta_1 I U_1^2}{\gamma_1 r_1 I T_0^2 - \gamma_1 U_1 T_0^2 + \beta_1 U_1},$$

$$U_1(t_0) = r_1 I. \quad (7)$$

Тогда найдем момент времени

$$t_1 = t_0 + \frac{c_1}{\alpha_1 S_1} \left[\frac{\gamma_1 T_0^2}{\beta_1} \left(\frac{U_*}{r_1 I} - 1 + \delta_0 \right) \frac{r_1 I}{U_*} + \left(\frac{r_1 I}{2r_1 I - U_*} + \frac{\gamma_1 T_0^2}{\beta_1} \frac{r_1 I - U_*}{2r_1 I - U_*} \frac{r_1 I}{U_*} - 1 \right) \times \right. \\ \left. \times \ln \left(2 - \frac{U_*}{r_1 I} - \delta_0 \right) - \left(\frac{r_1 I}{2r_1 I - U_*} + \frac{\gamma_1 T_0^2}{\beta_1} \frac{r_1 I - U_*}{2r_1 I - U_*} \frac{r_1 I}{U_*} \right) \ln \left(\frac{r_1 I}{r_1 I - U_*} \delta_0 \right) \right],$$

для которого

$$U_1(t_1) = \frac{U_*}{1 - \delta_0}.$$

Очевидно, что при $t \geq t_1$

$$\delta(U_*) = \left| \frac{U_1 - U_*}{U_1} \right| = 1 - \frac{U_*}{U_1} \leq \delta_0,$$

а значение U_* можно с относительной погрешностью не более δ_0 считать равным $U_1(t)$. Следовательно, можно с относительной погрешностью не более δ_0 использовать формулу (4) для нахождения искомой величины. Это

позволяет сформулировать следующее утверждение об использовании математической модели (4).

Утверждение 1. Если не выполнено условие (6), то математическая модель макроуровня (4) при $t \geq t_1$ в достаточной мере обладает свойствами полноты, адекватности, продуктивности и экономичности.

Разработка новой математической модели при формировании иерархии математических моделей объекта исследования может привести к уточнению найденных ранее условий применимости построенных математических моделей. Действительно, используя математическую модель (7), можно уточнить условие применимости формулы (3). Для этого найдем момент времени

$$t_1^* = t_0 + \frac{c_1}{\alpha_1 S_1} \left[\left(\frac{\gamma_1 T_0^2}{\beta_1} \frac{r_1 I - U_*}{2r_1 I - U_*} \frac{r_1 I}{U_*} + \frac{r_1 I}{2r_1 I - U_*} - 1 \right) \ln \left(1 + \frac{U_*}{r_1 I} \delta_0 \right) - \right. \\ \left. - \frac{\gamma_1 T_0^2}{\beta_1} \delta_0 - \left(\frac{\gamma_1 T_0^2}{\beta_1} \frac{r_1 I - U_*}{2r_1 I - U_*} \frac{r_1 I}{U_*} + \frac{r_1 I}{2r_1 I - U_*} \right) \ln \left(1 - \frac{U_*}{r_1 I - U_*} \delta_0 \right) \right],$$

для которого

$$U_1(t_1^*) = \frac{U_0}{1 + \delta_0}.$$

Очевидно, что при $t \leq t_1^*$

$$\delta(U_0) = \left| \frac{U_1 - U_0}{U_1} \right| = \frac{U_0}{U_1} - 1 \leq \delta_0,$$

а значение U_0 можно с относительной погрешностью не более δ_0 считать равным $U_1(t)$. Следовательно, можно с относительной погрешностью не более δ_0 использовать формулу (3) для нахождения искомой величины. Это позволяет сформулировать утверждение об использовании математической модели (3).

Утверждение 2. Если выполнено условие (6) или $t \leq t_1^*$, то математическая модель макроуровня (3) в достаточной мере обладает свойствами полноты, адекватности, продуктивности и экономичности.

Тогда применительно к построенной иерархии математических моделей данного объекта исследования справедливо следующее утверждение об использовании математической модели (7).

Утверждение 3. Если не выполнено условие (6), то математическая модель макроуровня (7) при $t_1^* < t < t_1$ в достаточной мере обладает

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
ISI (Dubai, UAE) = 1.582
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
ПИИЦ (Russia) = 3.939
ESJI (KZ) = 8.771
SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

свойствами полноты, адекватности, продуктивности и экономичности.

4. Решение задачи при $n \geq 1$

Пусть электротепловая система включает один или несколько последовательно соединенных терморезисторов с отрицательным ТКС. Для решения поставленной задачи используем полученные результаты при $n=1$. Они позволяют легко построить иерархию математических моделей макроуровня объекта исследования и определить условия, при выполнении которых можно с относительной погрешностью не более заданного значения δ_0 найти искомую величину U .

Если разности

$$T_1 - T_0, \dots, T_n - T_0$$

достаточно малы, то согласно (1) найдем искомую величину по формуле

$$U_0 = \sum_{i=1}^n r_i I. \quad (8)$$

Определим условия, при которых применима полученная формула. Для этого рассмотрим установившийся процесс теплообмена. В этом случае согласно (4) и (5) установившееся значение величины U_i найдем по формуле

$$U_i^* = \frac{2r_i I}{1 + \sqrt{1 + 4\beta_i r_i I^2 \alpha_i^{-1} S_i^{-1} T_0^{-2}}},$$

причем для данного диапазона температур

$$\frac{r_i I^2}{\alpha_i S_i (T^* - T_0)} \leq 1 + \beta_i (T^* - T_0) T_0^{-2}. \quad (9)$$

Тогда установившееся значение искомой величины равно

$$U_* = \sum_{i=1}^n U_i^*. \quad (10)$$

Для относительной погрешности величины U_0 запишем

$$\delta(U_0) = \left| \frac{U - U_0}{U} \right| = \frac{U_0}{U} - 1 \leq \frac{U_0}{U_*} - 1.$$

При выполнении неравенства

$$\frac{U_0}{U_*} - 1 \leq \delta_0$$

можно с относительной погрешностью не более δ_0 использовать формулу (8) для нахождения искомой величины. Следовательно, при выполнении неравенства

$$U_0 \leq (1 + \delta_0) U_* \quad (11)$$

математическая модель макроуровня (8) в достаточной мере обладает свойствами полноты, адекватности, продуктивности и экономичности.

Затем определим условия, при которых применима математическая модель (10). Для этого рассмотрим неустановившийся процесс

теплообмена. Тогда согласно (7) приходим к задаче Коши

$$\frac{c_i r_i I T_0^2}{\beta_i U_i^2} \frac{dU_i}{dt} = \frac{\alpha_i S_i r_i I T_0^2 - \alpha_i S_i U_i T_0^2 - \beta_i I U_i^2}{\gamma_i r_i I T_0^2 - \gamma_i U_i T_0^2 + \beta_i U_i},$$

$$U_i(t_0) = r_i I, \quad (12)$$

где $1 \leq i \leq n$, и найдем момент времени

$$t_i = t_0 + \frac{c_i}{\alpha_i S_i} \left[\frac{\gamma_i T_0^2}{\beta_i} \left(\frac{U_i^*}{r_i I} - 1 + \delta_0 \right) \frac{r_i I}{U_i^*} + \left(\frac{r_i I}{2r_i I - U_i^*} + \frac{\gamma_i T_0^2}{\beta_i} \frac{r_i I - U_i^*}{2r_i I - U_i^*} \frac{r_i I}{U_i^*} - 1 \right) \times \right. \\ \left. \times \ln \left(2 - \frac{U_i^*}{r_i I} - \delta_0 \right) - \left(\frac{r_i I}{2r_i I - U_i^*} + \frac{\gamma_i T_0^2}{\beta_i} \frac{r_i I - U_i^*}{2r_i I - U_i^*} \frac{r_i I}{U_i^*} \right) \ln \left(\frac{r_i I}{r_i I - U_i^*} \delta_0 \right) \right],$$

для которого

$$U_i(t_i) = \frac{U_i^*}{1 - \delta_0}.$$

Очевидно, что при $t \geq t_i$

$$\delta(U_i^*) = \left| \frac{U_i - U_i^*}{U_i} \right| = 1 - \frac{U_i^*}{U_i} \leq \delta_0,$$

а значение U_i^* можно с относительной погрешностью не более δ_0 считать равным $U_i(t)$.

Пусть $t_* = \max_{1 \leq i \leq n} t_i$, тогда легко показать, что при $t \geq t_*$

$$\delta(U_*) = \left| \frac{U - U_*}{U} \right| = \frac{\sum_{i=1}^n (U_i - U_i^*)}{\sum_{i=1}^n U_i} \leq \delta_0.$$

Следовательно, можно с относительной погрешностью не более δ_0 использовать формулу (10) для нахождения искомой величины. Это позволяет сформулировать следующее утверждение об использовании математической модели (10).

Утверждение 4. Если не выполнено условие (11), то математическая модель макроуровня (10) при $t \geq t_*$ в достаточной мере обладает свойствами полноты, адекватности, продуктивности и экономичности.

Уточним условие применимости формулы (8), используя математическую модель (2), (12). Для этого найдем момент времени

$$t_i^* = t_0 + \frac{c_i}{\alpha_i S_i} \left[\left(\frac{\gamma_i T_0^2}{\beta_i} \frac{r_i I - U_i^*}{2r_i I - U_i^*} \frac{r_i I}{U_i^*} + \frac{r_i I}{2r_i I - U_i^*} - 1 \right) \ln \left(1 + \frac{U_i^*}{r_i I} \delta_0 \right) - \right.$$

Impact Factor:	ISRA (India)	= 6.317	SIS (USA)	= 0.912	ICV (Poland)	= 6.630
	ISI (Dubai, UAE)	= 1.582	РИИЦ (Russia)	= 3.939	PIF (India)	= 1.940
	GIF (Australia)	= 0.564	ESJI (KZ)	= 8.771	IBI (India)	= 4.260
	JIF	= 1.500	SJIF (Morocco)	= 7.184	OAJI (USA)	= 0.350

$$-\frac{\gamma_i T_0^2}{\beta_i} \delta_0 - \left(\frac{\gamma_i T_0^2}{\beta_i} \frac{r_i I - U_i^*}{2r_i I - U_i^*} \frac{r_i I}{U_i^*} + \frac{r_i I}{2r_i I - U_i^*} \right) \ln \left(1 - \frac{U_i^*}{r_i I - U_i^*} \delta_0 \right),$$

для которого

$$U_i(t_i^*) = \frac{r_i I}{1 + \delta_0}.$$

Очевидно, что при $t \leq t_i^*$

$$\delta(r_i I) = \left| \frac{U_i - r_i I}{U_i} \right| = \frac{r_i I}{U_i} - 1 \leq \delta_0,$$

а значение $r_i I$ можно с относительной погрешностью не более δ_0 считать равным $U_i(t)$.

Пусть $t^* = \min_{1 \leq i \leq n} t_i^*$, тогда легко показать, что при

$t \leq t^*$

$$\delta(U_0) = \left| \frac{U - U_0}{U} \right| = \frac{\sum_{i=1}^n (r_i I - U_i)}{\sum_{i=1}^n U_i} \leq \delta_0.$$

Следовательно, можно с относительной погрешностью не более δ_0 использовать формулу (8) для нахождения искомой величины. Это позволяет сформулировать утверждение об использовании математической модели (8).

Утверждение 5. Если выполнено условие (11) или $t \leq t^*$, то математическая модель макроуровня (8) в достаточной мере обладает свойствами полноты, адекватности, продуктивности и экономичности.

Тогда применительно к построенной иерархии математических моделей данного объекта исследования справедливо следующее утверждение об использовании математической модели (2), (12).

Утверждение 6. Если не выполнено условие (11), то математическая модель макроуровня (2), (12) при $t^* < t < t_*$ в достаточной мере обладает свойствами полноты, адекватности, продуктивности и экономичности.

5. Результаты

При выполнении неравенства (9) из сформулированных утверждений вытекают три следствия, которые позволяют выявить рабочую математическую модель макроуровня объекта исследования.

Следствие 1. Если выполнено условие (11) или в рамках проводимого исследования $t \leq t^*$, то математическую модель макроуровня (8) считаем рабочей.

Следствие 2. Если не выполнено условие (11), то математическую модель макроуровня (10) при $t \geq t_*$ выбираем как рабочую.

Следствие 3. Если не выполнено условие (11), то математическую модель макроуровня (2), (12) при $t^* < t < t_*$ считаем рабочей.

6. Заключение

Таким образом, в рамках единого подхода сформулированы применительно к данному исследованию утверждения. Они позволяют установить рабочую математическую модель макроуровня рассматриваемой электротепловой системы. Построенная математическая модель в достаточной мере обладает свойствами полноты, адекватности, продуктивности и экономичности.

Очевидно, что применение такой математической модели не только сокращает затраты времени и средств на проведение исследования, но и позволяет рационально использовать возможности математического моделирования.

References:

1. Macklen, E. D. (1979). *Thermistors*. Ayr: Electrochemical Publications Ltd.
2. Sze, S. M., Li, Y., & Ng, K. K. (2021). *Physics of Semiconductor Devices*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons.
3. Markelov, G. E. (2015). On Approach to Constructing a Working Mathematical Model. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 04 (24), 287–290.
4. Markelov, G. E. (2015). Constructing a Working Mathematical Model. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 08 (28), 44–46. SoI: [http://s-o-i.org/1.1/TAS*04\(24\)52](http://s-o-i.org/1.1/TAS*04(24)52) DoI: <http://dx.doi.org/10.15863/TAS.2015.04.24.52>

Impact Factor:	ISRA (India)	= 6.317	SIS (USA)	= 0.912	ICV (Poland)	= 6.630
	ISI (Dubai, UAE)	= 1.582	ПИИИ (Russia)	= 3.939	PIF (India)	= 1.940
	GIF (Australia)	= 0.564	ESJI (KZ)	= 8.771	IBI (India)	= 4.260
	JIF	= 1.500	SJIF (Morocco)	= 7.184	OAJI (USA)	= 0.350

5. Myshkis, A. D. (2011). *Elements of the Theory of Mathematical Models* [in Russian]. Moscow: URSS.
6. Zarubin, V. S. (2010). *Mathematical Modeling in Engineering* [in Russian]. Moscow: Izd-vo MGTU im. N. E. Baumana.
7. Markelov, G. E. (2012). Peculiarities of Construction of Mathematical Models. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii*, No. 4, <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/hidden/150.html>
8. Markelov, G. E. (2000). Effect of initial heating of the jet-forming layer of shaped-charge liners on the ultimate elongation of jet elements. *J. Appl. Mech. and Tech. Phys.*, 41, No. 2, 231–234.
9. Markelov, G. E. (2000). Effect of initial heating of shaped charge liners on shaped charge penetration. *J. Appl. Mech. and Tech. Phys.*, 41, No. 5, 788–791.
10. Markelov, G. E. (2000). *Influence of heating temperature on the ultimate elongation of shaped-charge jet elements*. Proc. of the 5th Int. Conf. “Lavrentyev Readings on Mathematics, Mechanics and Physics”. (p. 170). Novosibirsk: Lavrentyev Institute of Hydrodynamics.
11. Markelov, G. E. (2015). Particular Aspects of Teaching the Fundamentals of Mathematical Modeling. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 05 (25), 69–72. Soi: [http://s-o-i.org/1.1/TAS*05\(25\)14](http://s-o-i.org/1.1/TAS*05(25)14) Doi: <http://dx.doi.org/10.15863/TAS.2015.05.25.14>
12. Markelov, G. E. (2016). Teaching the Basics of Mathematical Modeling. Part 2. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 01 (33), 72–74. Soi: <http://s-o-i.org/1.1/TAS-01-33-15> Doi: <http://dx.doi.org/10.15863/TAS.2016.01.33.15>